الفصل الاول

النظرية النسبية الخاصة

2024-2025

الفصل الاول

النظرية النسبية الخاصة

مقدمة

ان النظرية الموجية للضوء (Wave Theory) كانت قد وضعت وأُكمل شكلها عشرات السنين قبل اكتشاف الموجات الكهرومغناطيسية (Electromagnetic wave) لذا كان من المعقول لرواد علم البصريات في البداية ان يفهموا الضوء كموجات في وسط مرن ينتشر في كل مكان سمي بالأثير (Ether). ان نجاح تفسير ظاهرة الحيود (Diffraction) والتداخل (Interference) للضوء على اساس انه موجات في وسط الاثير قد جعل فكرة وجود الاثير مقبولة من دون اية منافسة.

ان اكتشاف ماكسويل النظرية الكهرومغناطيسية للضوء عام (1864) واثباتها العملي من قبل هرتز عام (1887) قد جردت الاثير من معظم صفاته. ومع هذا لم يكن هناك أحد مستعد لترك فكرة الاثير باعتبار المرجع الكوني الثابت لانتشار الضوء.

النظرية النسبية الخاصة Special Theory of Relativity

- ان الفيزياء الكلاسيكية هي فيزياء الاجسام التي تتحرك بسرعات اقل بكثير من سرعة المصدر في الفراغ ($v \ll c$) والتي تخضع لقوانين نيوتن. اما الاجسام التي تتحرك بسرعات عالية جداً والتي تقترب من سرعة الضوء فهي تخضع لقوانين النظرية النسبية.
- تعد النظرية النسبية الخاصة التي اقترحها العالم اينشتاين عام (1905) من أكثر النظريات الفيزيائية اثارة اذ انها احدثت العديد من التغيرات على مفاهيم الفيزياء الكلاسيكية والطبيعة النووية.
- والسؤال الان ما سبب نشأة النظرية النسبية الخاصة؟ والجواب على ذلك ان قوانين نيوتن لا تعطي نتائج صحيحة عند تطبيقها على اجسام تتحرك بسرعة قريبة من سرعة الضوء مما نتج استحالة استعمال هذا النوع من المعادلات التي تربط مكان وزمان حدوث حادثة فيزيائية معينة كما يقيسها مراقب ومكان وزمان نفس الحادثة كما يقيسها مراقب اخر متحرك بالنسبة للأول بسرعة ثابتة. وتم

التغلب على هذه المشكلة بظهور النسبية الخاصة لأينشتاين التي ربطت الزمان والمكان وحولت المطلق الى نسبي.

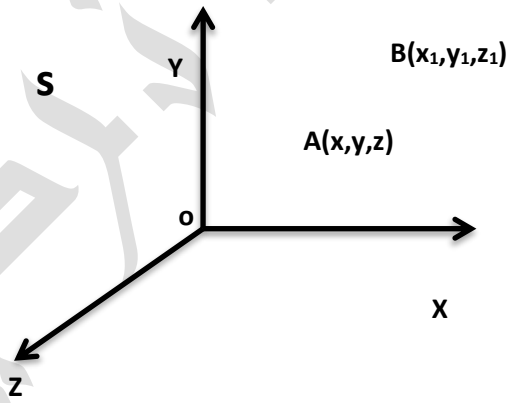
ما هو المطلق وما هو النسبي؟

المطلق هو الشيء الذي يبقى ثابتاً عند وضعه او تحديد مقداره ويتم رصده في اطار اسناد معين ويمتلك القيمة نفسها لجميع مراقبي اطر الاسناد المختلفة مثال على ذلك سرعة الضوء في الفراغ هي كمية مطلقة لها القيمة نفسها لجميع المراقبين في اطر الاسناد القصورية كافة بغض النظر عن حركة المصدر الضوئي او سكونه.

النسبي هو شيء يُراد رصده لإطار اسناد بحيث يختلف موقعه او مقداره او وصفه باختلاف اطر الاسناد.

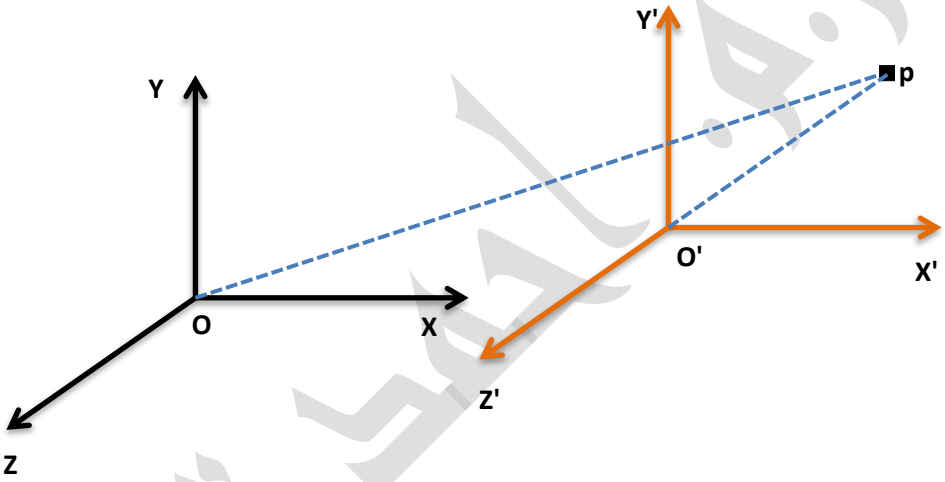
أطار الاسناد Frame of Reference

هو الموقع الذي يقوم فيه شخص ما برصد حدث ما في زمن معين. هذا الشخص يطلق عليه مراقب (Observer) لأنه يرصد الحدث ويقوم بالقياسات.



افرض ان الجسم (p) موجود عند النقطة (A) احداثياتها (x,y,z) بالنسبة لأطار الاسناد (s). فاذا بقي الجسم دائماً عند النقطة (A) فانه يكون في حالة سكون نسبة لأطار الاسناد (s).

اما إذا كان الجسم عند النقطة (A) ثم بعد فترة زمنية انتقل الى نقطة (B) احداثياتها (x_1,y_1,z_1) فان الجسم هو في حالة حركة نسبية الى اطار الاسناد (s).



الشكل يوضح اطاري اسناد (x,y,z) و (x',y',z') ان المراقب (o) يراقب الحدث (p) نسبة الى أطار اسناده (x,y,z). بينما المراقب (o') يراقب الحدث (p)نسبة الى اطار اسناده (x',y',z').

فاذا كان المراقبان (o) و (o') في حالة سكون بالنسبة لبعضهما فان مشاهدتهما للحدث تكون متماثلة.

اما إذا كان المراقبان (o) و (o') في حالة حركة بالنسبة لبعضهما ستكون مشاهدتهما للحدث مختلفة.

نوعا اطر الاسناد

1- اطر الاسناد القصوريةInertial frame :

هي تلك الاطر التي تتحرك بسرعة ثابتة نسبة لبعضها البعض اي انها اطر اسناد غير متعجلة.

2- اطر الاسناد الغير قصورية Non-inertial frame:

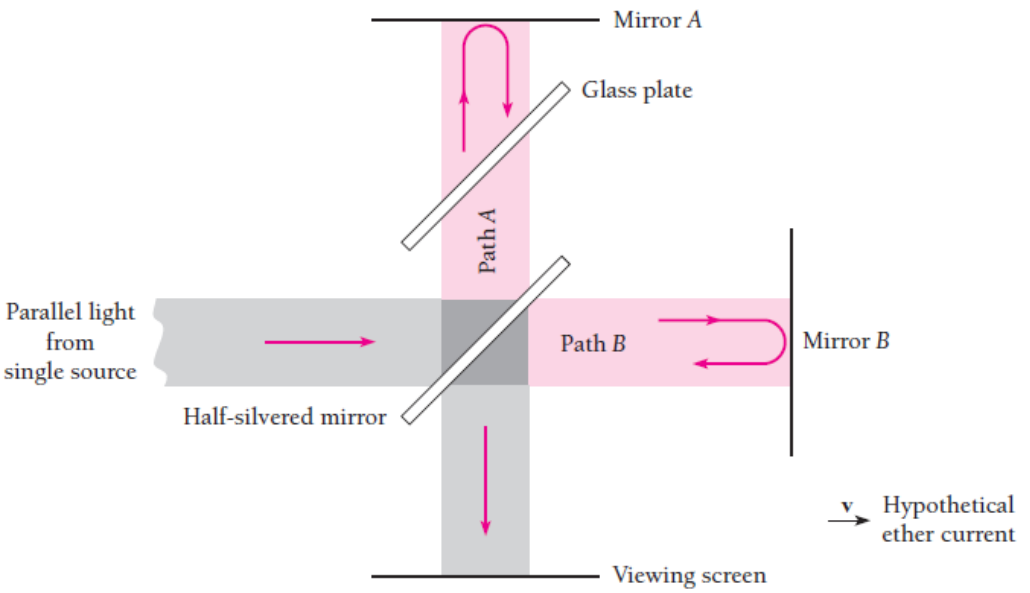
هي تلك الاطر التي تتعجل نسبة لبعضها البعض.

تجربة مايكلسون ومورلي

❖ السؤال المطروح الان هل الاثير موجود ام لا؟

فاذا كان فعلاً اثير يملئ الفضاء فان سرعة حركتنا بالنسبة له تساوي على الاقل $(3 \times 10^4\ m/s)$ وهذه تمثل سرعة الارض في مدارها حول الشمس.

يمكن فهم ذلك من خلال تجربة العالمين الامريكيين مايكلسون ومورلي عام (1887)لاحظ الشكل.



في هذه التجربة تم تبديل القاربين في التحليل الاول بحزمتين ضوئيتين بواسطة مرآة نصف مطلية. احدى الحزمتين تتوجه نحو المرآة (A) بمستوى عمودي على اتجاه حركة تيار الاثير المزعوم (الحزمة A) والحزمة الثانية تتوجه نحو المرآة (B) بمستوى موازي لتيار الاثير الحزمة (B). ان ترتيب الجهاز يكون بحيث ان كلاً من الحزمتين بعد انعكاسها من المرآتين تصل الى الشاشة.

- فاذا كان طول المسار الضوئي للحزمتين متساوياً تماماً فيصلان الشاشة بنفس الطور وبذلك يتداخلان تداخلاً بناءً فيما بينهما مؤدياً الى اضاءة الشاشة. وهذا يعني عدم وجود الاثير.
- اما إذا كان الاثير موجود فان الحزمتين الضوئيتين تستغرقان وقتين مختلفين في الوصول الى الشاشة وعليه سوف تتداخلان تداخلاً هداماً فيما بينهما.

للوصول الى الحقيقة نفرض ان الاثير موجود وعندئذٍ فان الفارق الزمني للمسارين نتيجة تأثير تيار الاثير هو:

$$\Delta t = t_B - t_A$$
$$= \frac{2D/V}{1-\frac{v^2}{V^2}} - \frac{2D/V}{\sqrt{1-\frac{v^2}{V^2}}}$$

حيث ان:

v : تمثل سرعة جريان الاثير وتساوي $(3 \times 10^4\ m/s)$.

V : تمثل سرعة الضوء (c) وتساوي $(3 \times 10^8\ m/s)$.

لذا فان:

$$\frac{v^2}{V^2} = \frac{v^2}{c^2} = \frac{9 \times 10^8}{9 \times 10^{16}}$$

$$\frac{v^2}{V^2} = 10^{-8}$$

ان هذا المقدار أصغر بكثير من الواحد. وبناءً على نظرية ذي الحدين (Binomial theory) إذا كانت (x) صغيرة بالمقارنة مع (n) فان:

$$(1 \mp x)^n \approx 1 \mp nx$$

$$(1 - \frac{v^2}{c^2})^{-1} = 1 + \frac{v^2}{c^2}$$

$$(1 - \frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$$

$$\Delta t = \frac{2D}{c}\left[\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) - \left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right)\right]$$

$$\Delta t = \frac{2D}{c}\left[1 + \frac{v^2}{c^2} - 1 - \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right]$$

$$\Delta t = \frac{2D}{c} \times \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} \Longrightarrow \Delta t = (\frac{D}{c})(\frac{v^2}{c^2})$$

حيث ان (D) هي المسافة بين المرآة نصف المطلية وكل من المرآتين (A,B).

بما ان فرق المسار (d) الذي يقابل فرق الزمن (Δt) هو:

$$d = c\,\Delta t$$

وبما ان اعداد اهداب التداخل (n) تحقق العلاقة:

$$d = n\lambda$$

حيث ان (λ) طول موجة الضوء المستعمل.

$$\therefore n\lambda = c\,\Delta t \Longrightarrow n = \frac{c\,\Delta t}{\lambda}$$

$$n = \frac{c}{\lambda} \times \frac{D}{c} \times \frac{v^2}{c^2}$$

$$n = \frac{Dv^2}{\lambda c^2}$$

وعند تدوير الجهاز بزاوية مقدارها (90°) فان الحزمتين (A,B) ستتبادلان دوريتهما ليكون التأخير الكلي في الزمن مساوياً الى (2Δt) وبذلك يكون عدد اهداب التداخل (Δn) المزاحة هو:

$$\Delta n = \frac{2Dv^2}{\lambda c^2}$$

استخدم في هذه التجربة مسار مقداره *(D=10 m)* وطول موجة الضوء المستخدم: *(λ=5000 A°=500 nm)*

لذا فان مقدار الانحراف (Δn) المتوقع بدوران الجهاز بزاوية (90°) هو:

$$\Delta n = \frac{2 \times 10 \times (3 \times 10^4)^2}{5 \times 10^{-7} \times (3 \times 10^8)^2}$$

$$\Delta n = 0.4 \ \ fringe.$$

ولما كان لمقياس التداخل لمايكلسون القدرة على كشف ازاحة مقدارها (0.01) من الهدب لذا فان الجهاز بإمكانه الكشف بسهولة على ازاحة مقدارها (0.4) من الهدب في حالة وجودها.

غير ان جهاز مايكلسون لم يكشف اي اية ازاحة بالرغم من تكرار التجربة في اماكن مختلفة وفي فصول مختلفة من السنة.

نستنتج مما تقدم ان:

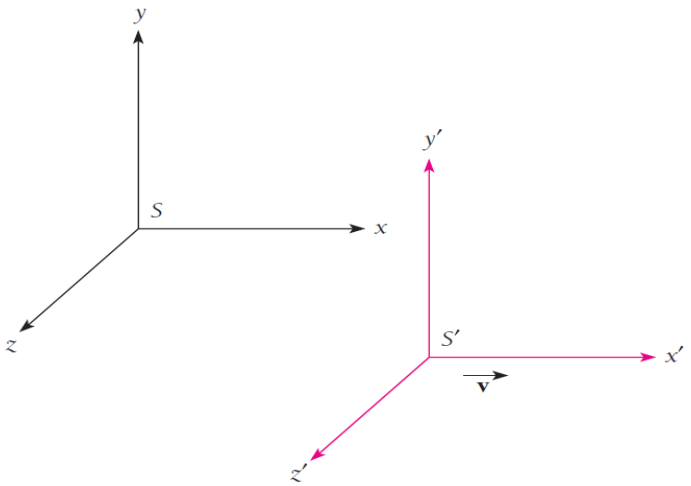
$$\Delta n = 0$$

$$t_1 = t_2 \Longrightarrow \Delta t = 0$$

اي ان:

1- انه لا يمكن البقاء على فرضية الاثير عل اساس ان ليس للأثير خاصية يمكن قياسها.
2- ان سرعة الضوء في الفراغ هي نفسها في الفراغ في كل مكان بغض النظر عن حركة المصدر والمشاهد وهذا ما سنوضحه في فرضيات اينشتاين في النظرية النسبية الخاصة.

تحويلات غاليليو Galilean Transformation



الشكل يوضح مراقبان الاول في المنظومة (s) والثاني في المنظومة (s') ونفرض ان المراقب (o) في حالة سكون بينما المراقب (o') يتحرك بسرعة ثابتة (v) باتجاه المحور (x). ونفرض ان المراقب (o) في المنظومة (s) ملاحظ حدث ما مثل (p) ويقيس إحداثياتها في الزمن (t) ولتكن (x,y,z).

اما المراقب (o') في المنظومة (s') فيقيس نفس الحدث في الزمن (t') وهي (x',y',z') كما نفرض ان النقطة (o') منطبقة على (o) في الزمن ($t = t' = 0$) اي في بداية الحركة بعد مرور زمن (t') تكون المنظومة (s') قد قطعت مسافة (vt) اما بالنسبة للمحورين (y,z) لا توجد حركة نسبية بين اطاري الاسناد (s',s) فعند اذ تكون احداثيات (P) للمنظومة (s') بدلالة (s) كالاتي:

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

ملاحظة:

1- ان هذه المعادلات الاربعة تدعى بتحويلات غاليليو.

2- ان تحويلات السرعة على ضوء تحويلات غاليليو نحصل عليها بأخذ مشتقة المسافة بالنسبة للزمن اي ان:

$$x' = x - vt \Rightarrow \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} - v$$

$$\frac{dx}{dt} = u_x \qquad \frac{dx'}{dt'} = u'_x$$

$$\therefore u'_x = u_x - v$$

$$\frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt} \Rightarrow u'_y = u_y$$

$$\frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{dt} \Rightarrow u'_z = u_z$$

3- تحويلات التعجيل نحصل عليها بأخذ مشتقة السرعة بالنسبة للزمن اي ان:

$$u'_x = u_x - v \Rightarrow \frac{du'_x}{dt'} = \frac{du_x}{dt}$$

$$a'_x = a_x$$

$$\frac{du'_y}{dt} = \frac{du_y}{dt} \Rightarrow a'_y = a_y$$

$$\frac{du'_z}{dt} = \frac{du_z}{dt} \Rightarrow a'_z = a_z$$

وبما ان الكتلة (m) لا تعتمد على حركة اطر الاسناد نستنتج من ذلك

$$F = ma = F' = ma'$$

اي ان قوانين نيوتن وقوانين الحركة للأجسام هي نفسها في جميع اطر الاسناد بناءً على تحويلات غاليليو.

سؤال:

برهن على ان طول جسم معين يكون ثابتاً حسب تفسير الميكانيك الكلاسيكي (حسب تحويلات غاليليو).

الحل:

نفرض ان جسم ذو طول معين احداثياته (x_1,x_2) في اطار الاسناد (s), (x'_1,x'_2) في اطار الاسناد (s') باستخدام تحويلات غاليليو.

$$x'_1 = x_1 - vt_1$$

$$x'_2 = x_2 - vt_2$$

$$x'_2 - x'_1 = (x_2 - vt_2) - (x_1 - vt_1)$$

$$x'_2 - x'_1 = x_1 - x_2 - v(t_2 - t_1)$$

$$\because t_2 = t_1$$

$$\therefore x'_2 - x'_1 = x_2 - x_1$$

اي ان طول الجسم يبقى ثابت في جميع اطر الاسناد بغض النظر عن حركتها نسبةً لبعضها البعض.

ملاحظة:

نستنتج مما سبق ان الزمن والكتلة والطول هي كميات مطلقة حسب الميكانيك الكلاسيكي حيث لا تعتمد على سرعة حركة اطر الاسناد هذا صحيح اذا كانت سرعة الاجسام صغيرة جداً بالنسبة لسرعة الضوء $(v < c)$ اما اذا كانت سرعة الاجسام تقترب من سرعة الضوء فان الميكانيك الكلاسيكي يعطي نتائج خاطئة اذ يجب في هذه الحالة اعتماد فرضيات النظرية النسبية.

فرضيتا النظرية النسبية الخاصة

الفرضية الاولى:

تنص على ان القوانين الفيزيائية تبقى ثابتة لا تتغير بالنسبة لجميع أُطر الاسناد التي تتحرك بسرعة منتظمة بالنسبة لبعضها البعض. ومعنى هذا من القياسات التي تجري في اطار اسناد في حالة سكون لا بد ان تعطي نتيجة واحدة عندما تجرى في اطار اسناد اخر يتحرك بسرعة منتظمة بالنسبة للأول.

الفرضية الثانية:

تنص على ان سرعة الضوء في الفراغ لها نفس القيمة ($c = 3 \times 10^8\ m/s$) بالنسبة لجميع المراجع بغض النظر عن سرعها النسبية اي انها لا تعتمد على حركة المصدر او حركة المراقب او كليهما معاً. ولا يمكن لأي جسيم ان ينتقل بسرعة أكبر او مساوية لسرعة الضوء.

تحويلات لورنس Lorentz Transformation

لقد بينا وفق لتحويلات غاليليو بان:

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

فاذا كانت هناك مركبة فضائية في أطار الاسناد (s) وتطلق ومضة ضوئية فان سرعتها تساوي (c) ولكن سرعتها في اطار الاسناد ('s) تكون ('c). بحسب تحويلات غاليليو وبأخذ تفاضل المسافة بالنسبة للزمن فان:

$$c' = c - v$$

ان هذه المعادلة تتناقض مع الفرضية الثانية لنظرية أينشتاين حيث ان سرعة الضوء ثابتة في جميع اطر الاسناد حيث المعادلة اعلاه تصح فقط عندما $(v << c)$.

لذا يجب ان تكون هناك تحويلات تختلف عن تحويلات غاليليو لتحقيق فرضيات النسبية الخاصة لذلك ادخل لورنس عامل التصحيح (k) للعلاقة بين ('x),(x) حيث ان :

$$x' = k(x - vt) \dots\dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

ان العامل (k) هو دالة للسرعة (v) ولا يعتمد على t, x.

$$x = x' + vt'$$

بحسب تحويلات لورنس فان:

$$x = k(x' + vt') \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

بالتعويض عن قيمة ('x) في المعادلة (1) في (2):

$$x = k[k(x - vt) + vt']$$

$$x = k^2(x - vt) + kvt' \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

$$kvt' = x - k^2(x - vt)$$

$$t' = \frac{x - k^2(x - vt)}{kv} = \frac{x - k^2x + k^2vt}{kv}$$

$$t' = \frac{k^2vt}{kv} + \frac{x(1 - k^2)}{kv}$$

$$t' = kt + \left[\frac{1 - k^2}{kv}\right]x \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (4)$$

∵ سرعة الضوء ثابتة.

$$\therefore x = ct \dots\dots\dots (5)$$

$$x' = ct' \dots\dots\dots (6)$$

بالتعويض عن $x' = k(x - vt)$ و t' في المعادلة (6) يتنج:

$$k(x - vt) = c[kt + \left(\frac{1 - k^2}{kv}\right)x]$$

$$kx - kvt = ckt + cx\left(\frac{1 - k^2}{kv}\right)$$

$$kx - cx\left(\frac{1 - k^2}{kv}\right) = ckt[1 + \frac{v}{c}]$$

$$x = \frac{ckt[1 + \frac{v}{c}]}{k[1 - c(\frac{1 - k^2}{k^2v})}$$

$$x = ct\left[\frac{1+\frac{v}{c}}{1-(\frac{c}{v})(\frac{1}{k^2}-1)}\right]$$

من المعادلة $(5)\ x = ct$ ∵

$$\therefore ct = ct\left[\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{c}{v}(\frac{1}{k^2}-1)}\right]$$

$$1-\frac{c}{v}\left(\frac{1}{k^2}-1\right) = 1+\frac{v}{c}$$

$$-\frac{c}{v}\left(\frac{1}{k^2}-1\right) = \frac{v}{c}$$

$$1-\frac{1}{k^2} = \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow \frac{1}{k^2} = 1-\frac{v^2}{c^2}$$

$$k^2 = \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (*)$$

يتضح من المعادلة (*)

1- عندما تكون (v) صغيرة نسبة لسرعة الضوء $(v << \mathrm{c})$ فان $(v^2/c^2 \simeq 0)$ وقيمة $(k = 1)$.

2- كلما تزداد قيمة (v) فان المقدار تحت الجذر يقل ثم تزداد قيمة (k).

3- بالتعويض عن قيمة (k) في المعادلات:

$$x' = k(x - vt)$$

$$\boldsymbol{x' = \frac{(x - vt)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (7)}$$

$$t' = kt + \left[\frac{1 - k^2}{kv}\right] x$$

$$t' = kt + \frac{x}{kv} - k(\frac{x}{v})$$

$$t' = kt + k\frac{x}{v}\left(\frac{1}{k^2} - 1\right) = k\left[t + \frac{x}{c}\left(\frac{1}{k^2} - 1\right)\right]$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\left[t + \frac{x}{v}(1 - \frac{v^2}{c^2} - 1)\right]$$

$$\boldsymbol{t' = \frac{t - \frac{xv}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (8)}$$

$$\left.\begin{matrix} \boldsymbol{y' = y} \\ \boldsymbol{z' = z} \end{matrix}\right\} \boldsymbol{\dots\dots\dots\dots\dots(9)}$$

ان المعادلات (9,8,7) تسمى بتحويلات لورنس.

❖ والان نسأل ماهي النتائج المترتبة على النظرية النسبية الخاصة؟

ان الكميات الفيزيائية (الطول والزمن والكتلة) في الفيزياء الكلاسيكية هي كميات مطلقة اي قيمها ثابتة لا تعتمد على سكون او حركة الراصد الذي يقوم بعملية القياس (تخضع لقوانين نيوتن) اما في حالة الفيزياء النظرية النسبية فان هذه القيم تتغير عندما تقترب سرعة الاجسام المتحركة من سرعة الضوء.

التطبيقات المهمة للنظرية النسبية:

اولاً: نسبية الزمن (تمدد الزمن):

إذا كان الزمن الحقيقي في حادث معين في اطار اسناد يتحرك بسرعة تقترب من سرعة الضوء يساوي (t_o) فان الزمن النسبي الذي يقيسه راصد ساكن في اطار اسناد معين يساوي (t) يكون اكبر من الزمن (t_o) وفق العلاقة:

$$t = kt_o$$

$$\boldsymbol{t = \frac{t_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}$$

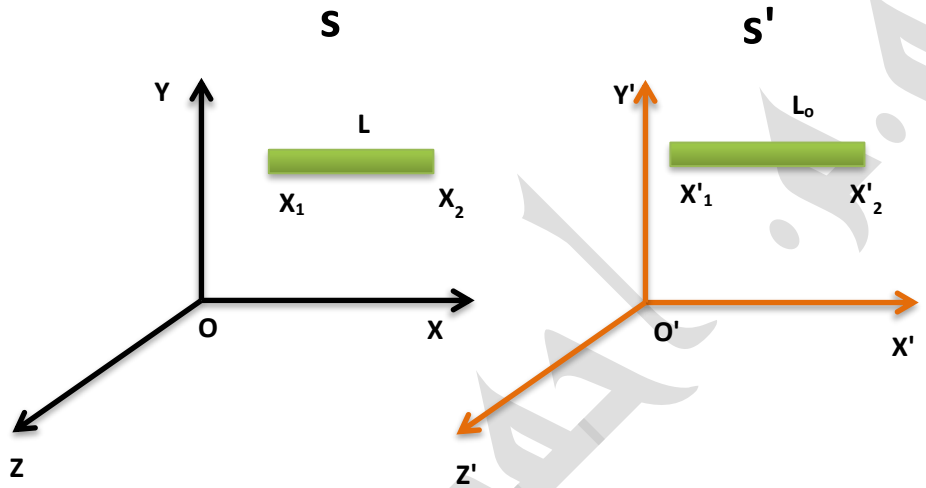
نستنتج من هذه المعادلة:

1- كلما تزداد قيمة (v) فان المقدار تحت الجذر يقل اي عندما تكون (v) مقاربة لسرعة الضوء فان ($t > t_o$).

2- عندما تكون (v) صغيرة نسبة الى سرعة الضوء (c $>>$ v) فان ($t = t_o$) اي نرجع الى الميكانيك الكلاسيكي.

ثانياً: نسبية الطول (انكماش الطول)

حسب النظرية النسبية ان طول جسم معين (L_o) عندما يتحرك بسرعة منتظمة (v) قريبة من سرعة الضوء يظهر أقصر بالنسبة لراصد ساكن. اي ان الطول النسبي هو اقل من الطول الحقيقي. وتعرف هذه الظاهرة بتقلص الطول، لفهم هذه الحقيقة نلاحظ الشكل التالي:



الشكل يوضح اطار اسناد (s') يتحرك بسرعة منتظمة (v) نسبة الى اطار اسناد (s) .

نفرض ان جسم طوله (L_o) موجود في أطار الاسناد (s') احداثياته (x'_1,x'_2) اي ان:

$$L_o = x'_2 - x'_1$$

نفرض ان الجسم طوله (L) موجود في أطار اسناد (s). إذا كان الاطاران في حالة سكون فان ($L = L_o$) اما إذا كان الإطار (s') يتحرك بسرعة منتظمة (v) نسبة الى اطار الاسناد (s) فان المراقب في اطار الاسناد (s) يرى طول الجسم مساوياً الى (L) حيث ان:

$$L = x_2 - x_1$$

وبتطبيق تحويلات لورنس:

$$x_2' = k(x_2 - vt) \Rightarrow x_2' = \frac{(x_2 - vt)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \dots\dots\dots (1)$$

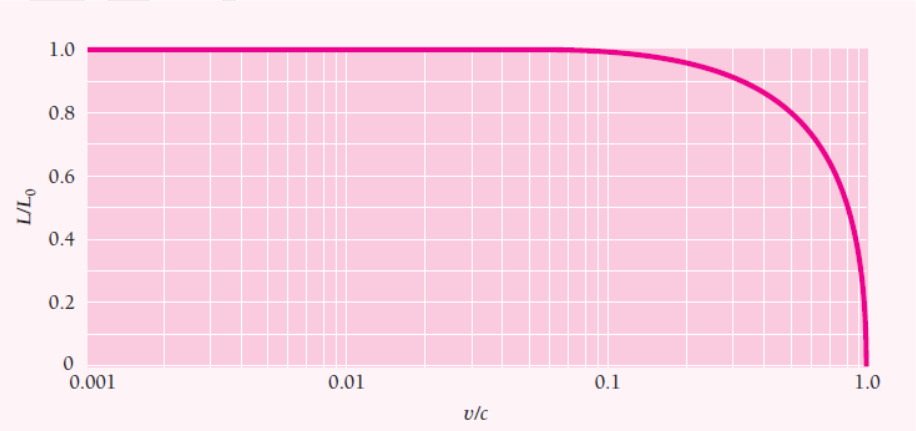
$$x_1' = k(x_1 - vt) \Rightarrow x_1' = \frac{(x_1 - vt)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \dots\dots\dots (2)$$

بطرح المعادلتين (1) و (2) نحصل على:

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$L_o = \frac{L}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\boldsymbol{L = L_o \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



1- نستنتج من المعادلة اعلاه كلما تزداد قيمة (v) وتقترب من سرعة الضوء فان المقدار تحت الجذر يقل اي ان الطول النسبي (L) هو اقل من الطول الحقيقي (L_o) .

2- اذا اصبحت $(v = \mathrm{c})$ فان $(L = 0)$.

3- عندما تكون السرعة (v) صغيرة نسبةً الى سرعة الضوء $(v << \mathrm{c})$ فان $(L = L_o)$.

انحلال الميزونات

لتوضيح اكثر لحالتي تمدد الزمن وانكماش الطول ندرس اضمحلال الميزونات (μ mesons) و الميزونات هي جسيمات أولية غير مستقرة unstable particles حيث ان معدل انحلال الميزون الى الكترون بمعدل $2 \times 10^{-6}\ s$ بعد تكوينه. حيث تتكون الميزونات في الطبقات العليا من الجو بواسطة الجسيمات السريعة للأشعة الكونية القادمة من الفضاء الخارجي وتصل الى سطح البحر بغزارة وان سرعة الميزونات حوالي $2.994 \times 10^{8} m/s$. لكن خلال زمن قدره متوسط عمر الميزون $t_o = 2 \times 10^{-6} s$ تستطيع الجسيمات ان تتحرك مسافة $600\ m$ قبل انحلالها بينما في الحقيقة تتكون هذه الجسيمات على ارتفاع أكبر من عشرات المرات بقدر هذه المسافة.

تحل هذه المشكلة باستخدام نتائج النسبية الخاصة حيث ندرس المسألة بالنسبة الى مرجع الميزون نفسه بالنسبة لهذا المرجع معدل عمر الميزون لكن المسافة بين الميزون والأرض تبدو متقلصة بنسبة.

$$\frac{y}{y_o} = \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

بينما نحن على الأرض نقيس ارتفاع تكوين الميزونات y_o فان الميزونات ترى هذه المسافة y بأخذ $y = 600\ m$ وهي المسافة التي تقطعها الميزونات بالنسبة لمرجعها قبل انحلالها نجد ان المسافة المنظورة من الأرض تساوي: $y_o = 9500\ m$

بالرغم من قصر عمر الميزونات فانه يمكنها ان تصل سطح الأرض من ارتفاعات عالية جداً.

ان الميزونات القادمة تأتي من ارتفاعات أقصاها y_o في حين نتيجة لظاهرة تمدد الزمن يكون نصف عمر الميزون لهذا المرجع $31.7 \times 10^{-6} s$

أي تقريبا 16 مرة اكبر من نصف عمر الميزون عندما يكون في حالة سكون يستطيع الميزون المتحرك بسرعة $0.998c$ ان يقطع خلال الفترة $31.7 \times 10^{-6}s$ من مسافة $y_o = 9500\ m$

لذا استخدام أي من الطريقتين يعطينا نفس النتيجة.

ثالثاً: الكتلة النسبية

من النتائج المهمة للنظرية النسبية ان كتلة الجسم (m_o) ليست ثابتة كما يراها الميكانيك الكلاسيكي وانما تتغير مع سرعته حسب العلاقة التالية:

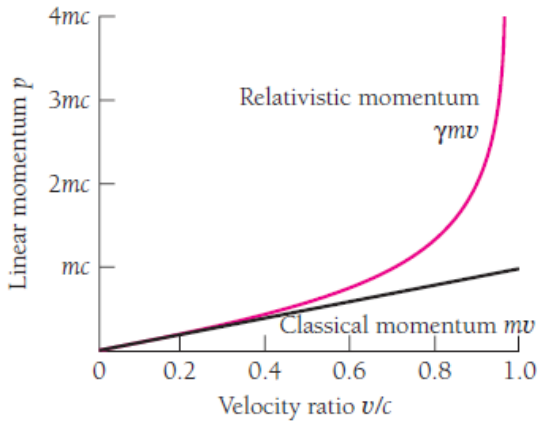
$$m = km_o$$

$$\boldsymbol{m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}$$

حيث ان:

m_o: كتلة الجسم في حالة السكون (الكتلة السكونية).

m: كتلة الجسم يتحرك بسرعة (v) (الكتلة النسبية).



1- كلما تزداد قيمة (v) فان المقدار تحت الجذر يقل فتزداد قيمة (m).
2- عندما تكون قيمة (v) صغيرة نسبة الى (c) $(v \ll c)$ فان $(m = m_o)$.
3- ان تجارب الفيزياء النووية قد اثبتت صحة هذه المعادلة.

ان اول اثبات لذلك كان من قبل العالمان (kaufmann) عام 1906 و (Bucherer) عام 1908 . حيث لاحظا زيادة في كتلة جسيمات بيتا (β) المنبعثة من بعض العناصر المشعة عندما تقترب سرعتها من سرعة الضوء.

سؤال: هل يمكن لجسيم ان تصل سرعته مساوية لسرعة الضوء في الفراغ؟

الجواب: لا يمكن لجسيم ان تصل سرعته $(v \approx c)$. لأنه لو حصل ذلك لأصبحت كتلته ما لانهاية (∞) والكتلة اللانهائية تحتاج الى قوة لانهائية حتى تعجله وهذا مستحيل.

لاحظ المعادلة:

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

اذا $v \approx c$

$$m = \frac{m_o}{\approx 0} \equiv +\infty$$

جمـــع الـــــسرع Velocity Addition

احدى فرضيات النسبية الخاصة تنص على ان سرعة الضوء (c) في الفراغ تأخذ نفس القيمة بالنسبة لجميع المراجع من غير ان تعتمد على سرعة المراجع النسبية.

ومن ناحية اخرى حسب النظرية الكلاسيكية عند قذف كرة افقياً بسرعة $(5\ m/s)$ الى الامام من سيارة متحركة بسرعة $(20\ m/s)$ تكون سرعة الكرة بالنسبة للأرض $(25\ m/s)$ اي انها تساوي مجموع السرعتين وحسب هذا التقدير اذا كانت سرعة شعاع تساوي (c) في مرجع (s') المتحرك بسرعة (v) بالنسبة للمرجع (s) فان سرعة الشعاع بالنسبة للمرجع (s) تساوي $(c+v)$ ولكن هذا لا يتفق مع الفرضية الثانية في النظرية النسبية الخاصة حيث ان سرعة الضوء ثابتة في جميع المراجع ولا يمكن لأي جسيم ان يمتلك سرعة اكبر من سرعة الضوء (c).

لإيجاد سرعة جسم (u) في المرجع (s) نفرض ان جسم يتحرك في المرجع (s') بالسرعة (u') وان المرجع (s') يتحرك بسرعة (v) نسبة للمرجع (s) وباستخدام تحويلات لورنس فان:

$$\boldsymbol{u=\frac{u'+v}{1+\frac{vu'}{c^2}}}$$

نطبق هذه المعادلة **<u>اذا كان الجسم يتحرك بنفس اتجاه حركة المرجع (s').</u>**

والان نتصور ان شعاعاً ضوئياً ينبعث باتجاه (x') بسرعة (c) بالنسبة للمرجع (s') حيث $(u'=c)$. فان سرعة الشعاع بالنسبة للمرجع (s') تساوي:

$$u=\frac{u'+v}{1+\frac{vu'}{c^2}}$$

$$u=\frac{c+v}{1+\frac{vc}{c^2}}$$

$$u = \frac{c+v}{1+\frac{v}{c}} \Rightarrow u = \frac{c+v}{\frac{c+v}{c}}$$

$$\therefore u = c$$

اي ان سرعة الضوء في كلا المرجعين لها نفس القيمة.

نستنتج مما تقدم ان:

1- سرعة الضوء لا تعتمد على الحركة النسبية للمصدر او المراقب.

2- سرعة اي جسم لا يمكن ان تكون أكبر من سرعة الضوء.

3- تحويلات غاليليو صحيحة فقط للسرع الصغيرة جداً بالنسبة لسرعة الضوء ولا تصح للسرع التي تقترب من سرعة الضوء.

تكافؤ الكتلة والطاقة Mass Energy Equivalence

ان اشهر العلاقات التي حصل عليها اينشتاين من فرضيات النسبية الخاصة هي العلاقة بين الكتلة والطاقة والتي تنص على ان:

$$\boldsymbol{E = mc^2}$$

هذه المعادلة تعني ان مقداراً ضئيلاً جدا من الكتلة يعطي طاقة هائلة. فالطاقة الناتجة من كتلة معينة تساوي حاصل ضرب هذه الكتلة في مربع سرعة الضوء مما يؤدي الى توليد طاقة كبيرة جداً.

ملاحظة:

إذا كانت الكتلة تقاس بوحدة (kg) وسرعة الضوء (m/s) فان الطاقة تقاس بوحدة الجول $(Joule)$.

في الفيزياء الذرية والنووية يستخدم وحدة (الكترون- فولت) (eV) لقياس الطاقة حيث ان:

$$eV = 1.6 \times 10^{-19}\ Joule$$

$$1\ MeV = 10^{6} \times 1.6 \times 10^{-19} = 1.6 \times 10^{-13} J$$

اشتقاق العلاقة بين الكتلة والطاقة

القوة تعرف على انها المعدل الزمني لتغير الزخم اي ان:

$$F = \frac{d(mv)}{dt}$$

بما ان الكتلة (m) والسرعة (v) متغيران حسب النظرية النسبية

$$\therefore\ F = \frac{d(mv)}{dt} \Rightarrow \mathrm{F} = m\frac{dv}{dt} + v\frac{dm}{dt}$$

نفرض ان القوة قد ازاحت الجسم ازاحة (dx) فيكون الشغل المنجز:

$$W = Fdx$$

وبما ان الشغل المنجز يساوي الزيادة في الطاقة الحركية للجسم (dk)

$$\therefore dk = Fdx = m\frac{dv}{dt}dx + v\frac{dm}{dt}dx$$

$$dk = mv\,dv + v^2 dm \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\because dx = vdt$$

$$\because m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow m^2 = \frac{m_o^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$m^2 = \frac{m_o^2}{\frac{c^2 - v^2}{c^2}} \Rightarrow m^2c^2 - m^2v^2 = m_o^2c^2$$

$$m^2c^2 = m_o^2c^2 + m^2v^2$$

بالتفاضل نحصل على:

$$c^2 \times 2\, mdm = m^2 \times 2vdv + v^2 \times 2\, mdm$$

بالقسمة على $(2\, m)$:

$$c^2 dm = mvdv + v^2 dm \dots\dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

من المعادلة (1) و (2):

$$dk = c^2 dm \dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

يتضح من المعادلة (3) ان التغير في الطاقة الحركية (dk) يتناسب طريا مع التغير بالكتلة.

عندما يكون الجسم في حالة سكون تكون سرعته $(v = 0)$ وطاقته الحركية $(k = 0)$ والكتلة $(m = m_o)$.

عندما تصبح سرعته تساوي (v) وكتلته (m) وبأخذ تكامل للمعادلة (3):

$$k = \int dk = c^2 \int_{m_o}^{m} dm = c^2 (m - m_o)$$

اي ان:

$$k = mc^2 - m_o c^2 \dots\dots\dots\dots\dots\dots (4)$$

$$k = E - m_o c^2$$

حيث ان:

k: الطاقة الحركية النسبية.

mc^2 : الطاقة النسبية الكلية.

$m_o c^2$: الطاقة السكونية.

من المعادلة (4):

$$\mathrm{E} = \mathrm{k} + m_o c^2$$

$$E = (mc^2 - m_o c^2) + m_o c^2$$

$$\therefore \boldsymbol{E = mc^2}$$

المعادلة اعلاه هي **معادلة اينشتاين في تكافؤ الكتلة والطاقة.**

ملاحظة:

تقاس الكتلة السكونية بوحدة $\left(\frac{MeV}{c^2}\right)$. وعلى سبيل المثال فان الكتلة السكونية للإلكترون

$$m_o = 0.511\ \frac{MeV}{c^2}$$

❖ برهن على ان الكتلة السكونية للإلكترون تساوي $m_o = 0.511\ \frac{MeV}{c^2}$.

الحل:

$$m_o = 9.1 \times 10^{-31} Kg$$

$$E = mc^2 = 9.1 \times 10^{-31} \times 9 \times 10^{16}\ J$$

$$E = 81.9 \times 10^{-15} J$$

$$= 81.9 \times \frac{10^{-15}}{1.6} \times 10^{-19}$$

$$E = 51.1 \times 10^4\ eV$$

$$E = 51.1 \times 10^4\ eV = 0.511\ MeV$$

$$E = m_o c^2 \Rightarrow 0.511\ MeV = m_o c^2$$

$$\therefore m_o = 0.511\ MeV/c^2$$

❖ برهن على انه في السرع الصغيرة $(v << c)$ الطاقة الحركية النسبية ترجع الى القيمة الكلاسيكية اي ان: $k = \frac{1}{2} m_o v^2$

الحل:

من معادلة الطاقة الحركية النسبية:

$$k = mc^2 - m_o c^2$$

$$= \left[\frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_o\right] c^2$$

$$k = m_o c^2 \left[(1 - \frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}} - 1\right]$$

$$\text{If } v << c \Rightarrow (1 - \frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$$

$$\therefore k = m_o c^2 \left[1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} - 1\right]$$

$$k = \frac{1}{2} m_o v^2$$

اشتقاق العلاقة بين الطاقة والزخم

من معادلة الطاقة النسبية الكلية:

$$E = mc^2 \Rightarrow E = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

زخم الجسم

$$p = mv \Longrightarrow v = \frac{p}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{p^2}{m^2}$$

$$E = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{p^2}{m^2 c^2}}} = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{p^2 c^2}{m^2 c^4}}}$$

$$\because m^2 c^4 = E^2$$

$$E = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{p^2 c^2}{E^2}}}$$

بالتربيع:

$$E^2 = \frac{m_o^2 c^4}{1 - \frac{p^2 c^2}{E^2}}$$

$$m_o^2 c^4 = E^2 - p^2 c^2$$

$$\boldsymbol{E^2 = m_o^2 c^4 + p^2 c^2}$$

سؤال1 (واجب)

نفرض اننا نجتاز بسرعة (0.5 c) سفينة فضائية تسير بالنسبة للأرض بسرعة (0.9 c) ما مقدار سرعتنا بالنسبة لمراقب على الارض حسب تحويلات غاليلو وحسب النظرية النسبية؟

سؤال2 (واجب)

لاحظ مراقب في المختبر ذرة مشعة تتحرك بسرعة (0.25 c) فاذا كانت هذه الذرة تبعث جسيمة بيتا (β) بسرعة (0.9 c) نسبة للذرة وبنفس الاتجاه. ما مقدار سرعة جسيمة بيتا كما يلاحظها المراقب في المختبر؟

سؤال3 (واجب)

يتحرك الكترون بسرعة (0.85 c) باتجاه معاكس لحركة فوتون احسب السرعة النسبية للفوتون نسبة الى الالكترون.

الفصل الثاني

الصفات الجسيمية للموجات

نظرية الفوتونات

من أبرز النتائج للنظرية الكمية ان الاشعاع الكهرومغناطيسي ينبعث ويشع على شكل حزم او كمات من الطاقة تسمى بالفوتونات. وان طاقة الفوتونات تتناسب طردياً مع تردده حسب العلاقة:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

حيث ان:

h : ثابت بلانك $\quad h = 6.63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J.s}$

ν : تردد الفوتون.

λ : الطول الموجي للفوتون.

c : سرعة الضوء في الفراغ $\quad c = 3 \times 10^{8}\ m/s$

وحسب النظرية الحديثة للفوتونات خاصية ازدواجية (تسلك سلوك موجي وسلوك جسيمي). ففي ظاهرة الحيود والتداخل مثلاً يسلك الفوتون كأنه موجة اما في الظاهرة الكهروضوئية وظاهرة الامتصاص والاشعاع وظاهرة كومتن فان الفوتون يسلك سلوك جسيمي (دقائقي).

ان زيادة عدد الفوتونات في الاشعاع تؤدي الى زيادة شدة الاشعاع اي ان شدة الفوتونات تتناسب طردياً مع عدد الفوتونات. فاذا كان عدد الفوتونات المارة خلال مساحة معينة لوحدة الزمن يساوي (n) فان الشدة (I) تعطى بالعلاقة التالية:

$$I = energy\ of\ photon \times \frac{n}{area \times time}$$

$$I = J \times \frac{1}{m^2 \times s} = \frac{watt \times s}{m^2 \times s}$$

$$\therefore I = watt/m^2$$

ان الكتلة السكونية للفوتون تساوي صفر وحسب الاثبات التالي:

$$p = \frac{m_o v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\because p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \therefore \frac{h}{\lambda} = \frac{m_o v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$m_o = \frac{h}{v\lambda}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\because v = c \Rightarrow \quad m_o = \frac{h}{v\lambda}\sqrt{1 - 1}$$

$$\therefore m_o = 0$$

تتحرك الفوتونات في الفراغ بسرعة الضوء (c) وعليه ووفقاً للنظرية النسبية فان الكتلة السكونية للفوتون تساوي صفر (m_o) ومن معادلة الزخم والطاقة

$$E^2 = p^2c^2 + m_o^2c^4$$

$$\because m_o = 0 \text{ للفوتون}$$

$$\therefore E^2 = p^2c^2 \Rightarrow E = pc$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} \Rightarrow p = \frac{h\nu}{\lambda\nu}$$

$$\therefore p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \text{زخم الفوتون}$$

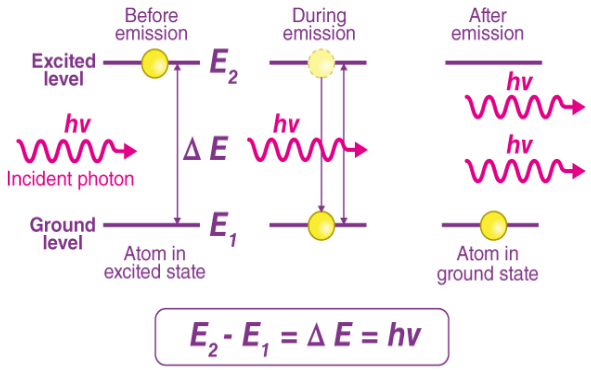
يتضح من معادلة زخم الفوتون $(p = \frac{h}{\lambda})$ الخاصية الازدواجية للفوتون اذ ان الجهة اليسرى من المعادلة تحتوي على مفهوم الجسيم (الزخم). اما الجهة اليمنى من المعادلة تحتوي على مفهوم الموجة (الطول الموجيλ).

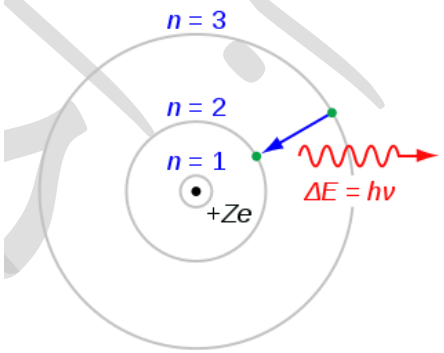
كيف يتولد الفوتون؟

ينشأ الفوتون في الغلاف الذري الالكتروني فعندما تمتص الذرة طاقة ينتقل الالكترون الى مستوى طاقة عالٍ فتصبح الذرة في حالة متهيجة فسرعان ما يقفز الالكترون الى مستوى طاقة اقل. وان فرق الطاقة بين المستويين يكون بهيئة فوتون له تردد محدداً وطول موجة محددة وفق المعادلة التالية:

$$\Delta E = E_2 - E_1$$

$$\Delta E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$





مثال1 (واجب):

احسب مقداد تردد وطول موجة فوتون طاقته $(1\ KeV)$

مثال2 (واجب):

ما مقدار زخم فوتون طاقته $(12\ MeV)$ ؟

<u>ملاحظة:</u>

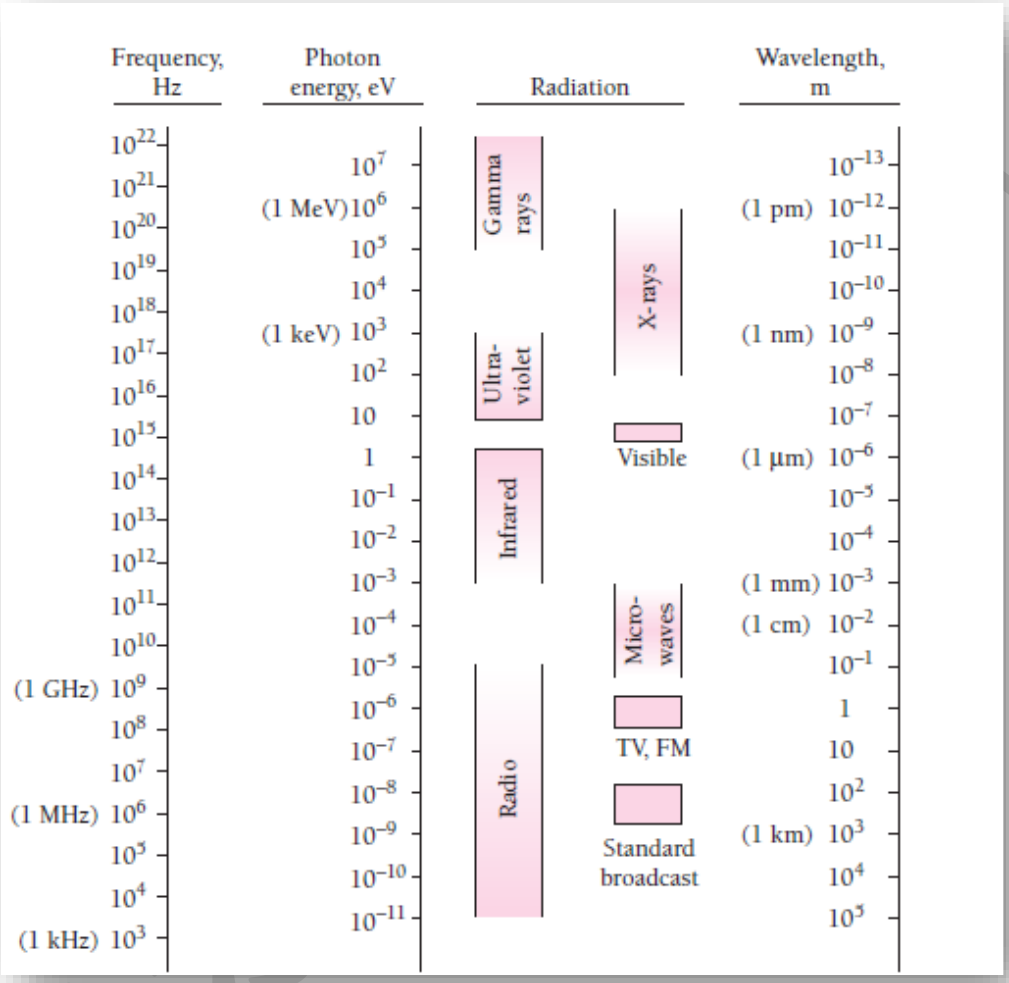
يقاس الطول الموجي بوحدة (m) علماً بان:

$$1m = 10^9 nm \Rightarrow 1nm = 10^{-9} m$$

$$1m = 10^{10} A^0 \Rightarrow 1A^0 = 10^{-10} m$$

اشعاع الجسم الاسود Black Body Radiation

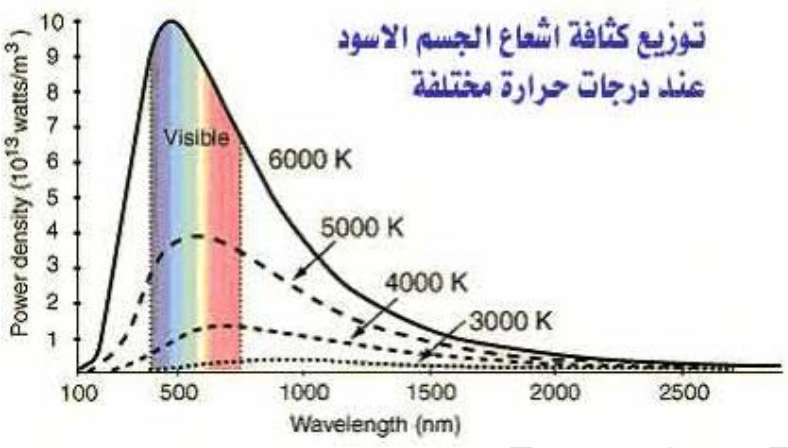
تنبعث من الاجسام الساخنة اشعاعات كهرومغناطيسية بأطوال موجية مختلفة وعندما تسقط هذه الاشعة على جسم ما فان جزءاً من طاقة الاشعاع يمتص وجزءاً ينفذ واخر ينعكس. والمخطط التالي يوضح طيف الاشعاعات الكهرومغناطيسية.

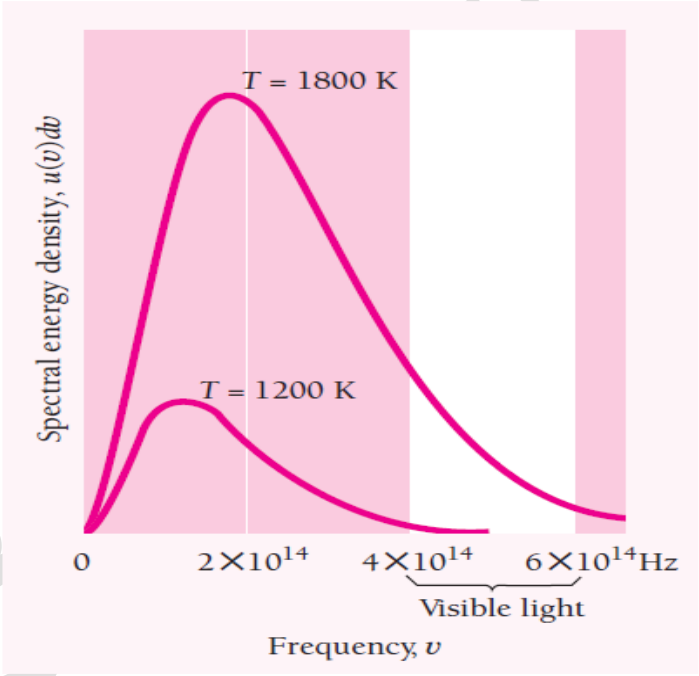


وقابلية الجسم للإشعاع ترتبط بقابليته للامتصاص فلو نظرنا الى قطعة من الحديد موضوعة فوق لهب فأننا سنراها معتمة اللون بادئ الامر ثم يظهر وهج احمر سرعان ما يميل الى البرتقالي فالأصفر وإذا استمر التسخين يتحول اللون الى الازرق ثم يختفي فيقال انه وصل الى حد البياض.

فالجسم الاسود هو ذلك الجسم الذي يمتص طاقة الاشعاع الساقطة عليه جميعها اي انه جسم مثالي بامتصاصه طاقة الاشعاع الساقطة عليه وكذلك هو جسم مثالي عندما يكون مصدراً للإشعاع ويكون طيفه مستمراً في مختلف درجات الحرارة.

الشكل التالي يبين منحني العلاقة بين كثافة القدرة الاشعاعية المنبعثة من الجسم الاسود كدالة للأطوال الموجية التي يبعثها هذا الجسم عند درجات حرارية مختلفة.

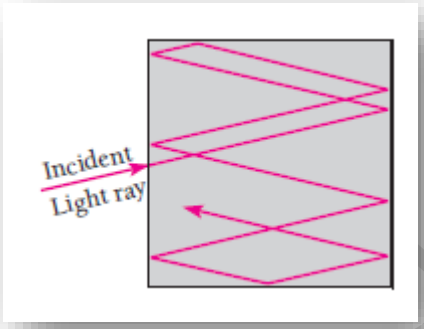




❖ يتألف الاشعاع المنبعث من الجسم الاسود في جميع درجات الحرارة من طيف متصل (مستمر) من الموجات ذات الاطوال الموجية المختلفة وتختلف شدة الاشعاع باختلاف درجة حرارة الجسم. فعند درجات الحرارة المنخفضة تكون ضمن موجات الاشعاع الحراري ذات طول موجي يقع في المنطقة

تحت الحمراء التي لا ترى بالعين. وبارتفاع درجة الحرارة تصبح موجات الاشعاع الاكثر انبعاثاً من الجسم هي موجات اللون الاحمر ومن ثم يتغير الى اللون الازرق واخيراً يصل حد البياض.

- ❖ خير مثال على الجسم الاسود فتحة ضيقة في تجويف معدني فالشعاع الداخل الى الفجوة ينعكس عن جدرانها انعكاسات متتالية الى ان يتم امتصاصه كلياً (اي يتم امتصاص كامل طاقته) وعند تسخين جدران هذه الفجوة تنبعث منها اشعاعات حرارية وان الطيف المنبعث يعتمد على حرارة الجدران وعليه تكون الفجوة مشعاً حرارياً معاكسا.



- ❖ قابلية الجسم للامتصاص او للإشعاع تعتمد على:

a) طبيعة الجسم.
b) حالة سطحه.
c) درجة حرارته.

بالنسبة للجسم الاسود المثالي فان مقدار الانبعاثية (e) emissivity تساوي مقدار الامتصاصية (a) absorptivity وتساوي واحد.

$$e = a = 1$$

القوانين الخاصة بدراسة اشعاع الجسم الاسود

اولاً: قانون ستيفان- بولتزمان Stefan Boltzmann's law

ينص هذا القانون على ان المعدل الزمني للطاقة التي يشعها الجسم الاسود لوحدة المســـــــاحة (الشدة Intensity) تتناسب طردياً مع الاس الرابع لدرجة الحرارة المطلقة. حيث ان:

$$I = \sigma T^4$$

I: يمثل شدة الاشعاع w/m^2

T: درجة الحرارة المطلقة بوحدة K.

σ: ثابت ستيفان – بولتزمان.

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ w/m^2k^4$$

ثانياً: قانون ازاحة أين Wien's Displacement law

ينص قانون فين على ان ذروة التوزيع الموجي للإشعاع المنبعث من الجسم الاسود تزاح نحو الطول الموجي الاقصر عند ارتفاع الحرارة المطلقة، اي ان الطول الموجي الاقصر عند درجات الحرارة المطلقة. اي ان الطول الموجي الذي تكون عنده الشدة أعظم ما يمكن (λ_{max}) يتناسب عكسياً مع درجة الحرارة المطلقة. اي ان:

$$\lambda_{max} \propto \frac{1}{T}$$

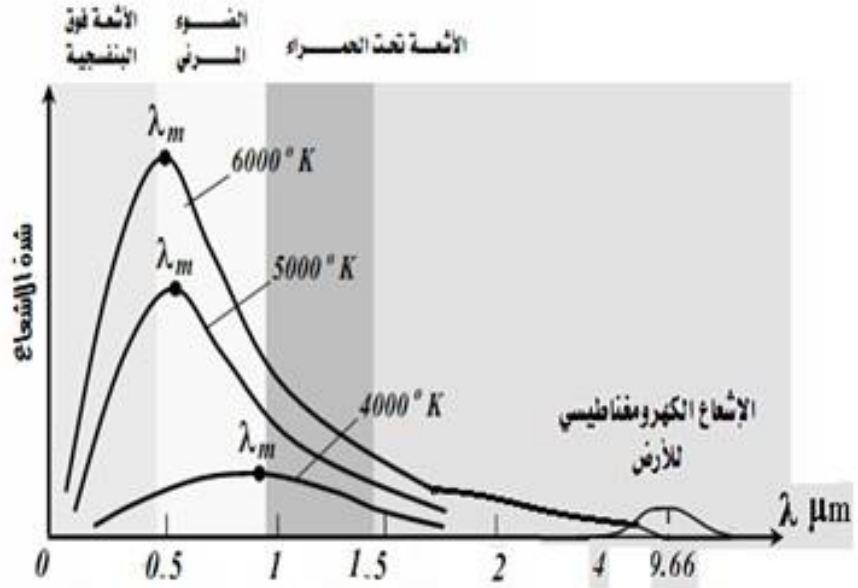
$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}$$

$$b = 2.897 \times 10^{-3} m.k$$

b: ثابت فين.

ملاحظة:

1- كلما تزداد درجة الحرارة ينزاح الطول الموجي (λ_{max}) نحو الاطوال الموجية القصيرة.
2- يستفاد من قانون فين لإيجاد درجة حرارة الشمس والنجوم.



مثال3:

اذا كان الطول الموجي لذروة الاشعاع المنبعث من جسم اسود $\lambda_{max} = 8.5\ \mu m$( ) احسب درجة الحرارة وشدة الاشعاع للسطح.

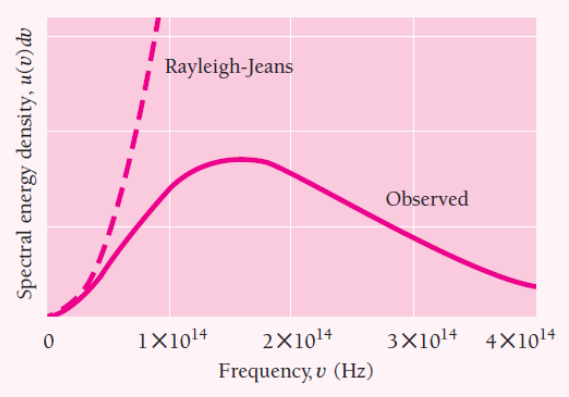
مثال4:

جسم اسود بهيئة كرة نصف قطرها (5 cm) في درجة حرارة (327 C°). ما مقدار القدرة المنبعثة من الجسم وما مقدار الطول الموجي لذروة الاشعاع λ_{max}؟.

ثالثاً: قانون رايلي- جينز Rayleigh- Jeans Law

لقد اعتبر العالمان رايلي و جينز ان الجسم الاسود مكون من عدد كبير من **التذبذبات المشحونة** التي تتحرك حركة توافقية بسيطة وهذه التذبذبات تطلق اشعة كهرومغناطيسية اثناء حركتها. وقد اشتق العالمان معادلة لحساب كثافة الطاقة:

$$E_\lambda = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT$$



❖ لقد وجد ان هذه العلاقة تتفق مع المنحني التجريبي في مجال الاطوال الموجية الطويلة فقط. بينما تتزايد في مجال الاطوال الموجية القصيرة بحيث تصبح ما لانهاية. اي ان تطبيق هذه المعادلة على الاطوال الموجية القصيرة اي الترددات العالية اعطت نتائج غير معقولة وسميت هذه المشكلة بالكارثة فوق البنفسجية.

رابعاً: قانون فين لإشعاع الجسم الاسود Wien's Law

لقد قام العالم فين بوضع معادلة تفسير توزيع كثافة الطاقة على الاطوال الموجية المختلفة استناداً الى النظرية الكهرومغناطيسية لماكسويل والتي تقول ان الاشعاع ينتج عن **الشحنات المعجلة** اما صيغة المعادلة:

$$E_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)}$$

حيث ان :

E_λ: كثافة الطاقة $\left(\frac{W}{m^3}\right)$

h: ثابت بلانك.

c: سرعة الضوء.

k : ثابت بولتزمان $(k = 1.38 \times 10^{-23}\ J/k)$.

T: درجة الحرارة المطلقة بالكلفن.

- ان المعادلة التي استنتجها فين تتفق مع المنحني التجريبي للأطوال الموجية القصيرة فقط ولكنها فشلت للأطوال الموجية الطويلة، وعليه فان هذه المعادلة غير كافية لتفسير طبيعة اشعاع الجسم الاسود.

خامساً: قانون بلانك Planck's Law

وضع بلانك نظريته لتفسير ظاهرة اشعاع الجسم الاسود وقد كانت نظريته ناجحة لاعتماده على استخدام مبدأ تكميم الاشعاع اي ان الطاقة لا تنبعث بشكل مستمر كما ادعت النظرية الكهرومغناطيسية وانما تنبعث بشكل دفعات او كمات من الطاقة تدعى بالفوتونات ومن هذه ظهرت النظرية الكمية لماكس بلانك والتي تتضمن الافتراضات التالية:

1- كمية الطاقة المنبعثة تتناسب طردياً مع التردد

$$E \propto v \Rightarrow E = hv$$

h : ثابت بلانك $(h = 6.63 \times 10^{-34}\ J.s)$.

2- طاقة الجسيم المتذبذب تأخذ قيمة محددة (مكممة) اي ان:

$$E_n = nhv$$

n : العدد الكمي (n=1,2,3,.....)

فاذا كانت $(n = 1)$ يكون المتذبذب في ادنى قيمة له في الطاقة يسمى المستوى الارضي اما اذا كانت $(n = 2)$ فان المتذبذب يكون في مستوى طاقة (1) وهكذا. ومن هنا نلاحظ ان بلانك ادخل مبدأ التكميم على المتذبذبات في الجسم الاسود ولها طاقة محدودة وقيم محددة بالعدد الكمي (n) لاوجود لقيم متصلة (مستمرة) كما افترض العالمان رايلي وجينز.

وعند امتصاص اشعة او انبعاثها من الجسم الاسود فان طاقاتها تساوي فرق الطاقة بين مستويات الطاقة بالمتذبذبات بحيث ان:

$$E = hv$$

يحمل هذا الكم من الطاقة جسيم يسمى الفوتون وتكون كمية حركته

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

وعلى اساس هذه الفرضيات تمكن العالم بلانك من اشتقاق قانون بلانك لإشعاع الجسم الاسود الذي فسر النتائج العملية.

$$E_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\frac{hc}{\lambda kT} - 1}$$

ويمكن اشتقاق كل من قانون فين وقانون رايلي من قانون بلانك كالاتي:

$$E_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\frac{hc}{\lambda kT} - 1}$$

1- <u>للأطوال الموجية القصيرة:</u>

$$exp\frac{hc}{k\lambda T} \gg 1$$

$$exp\frac{hc}{k\lambda T} - 1 \approx exp\frac{hc}{k\lambda T}$$

وعليه:

قانون فين:

$$E_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\frac{hc}{\lambda kT}}$$

2- <u>للأطوال الموجية الطويلة:</u>

$$exp\frac{hc}{k\lambda T} \approx 1 + \frac{hc}{k\lambda T}$$

$$E_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{1 + \frac{hc}{k\lambda T} - 1}$$

قانون رايلي-جينز

$$E_\lambda = \frac{2\pi c}{\lambda^4}\ kT$$

لتوضيح طيف اشعاع الجسم الاسود نطبق المعادلة التي اشتقها بلانك حيث ان:

$$E_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\ \frac{1}{1+\frac{hc}{k\lambda T}-1}$$

h :ثابت بلانك $h = 6.63 \times 10^{-34} J.s$

c :سرعة الضوء $c = 3 \times 10^8 m/s$

T :درجة الحرارة المطلقة.

k :ثابت بولتزمان $k = 1.38 \times 10^{-23}\ J/k$

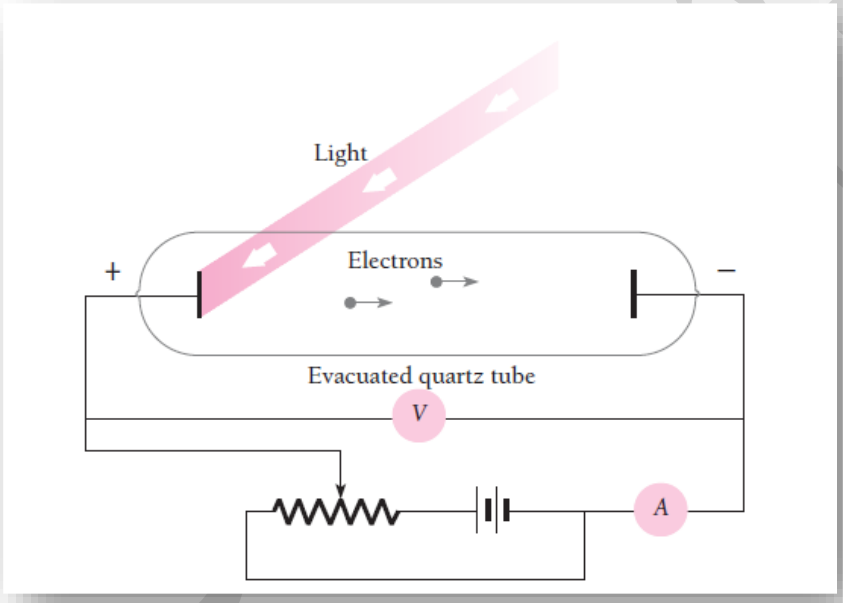
λ :الطول الموجي بالمتر.

الظاهرة الكهروضوئية Photoelectric Effect

ان ظاهرة انبعاث الالكترونات من سطوح المعادن عندما يسقط عليها ضوء بتردد مؤثر تدعى بالظاهرة الكهروضوئية.

وان الالكترونات المنبعثة من سطح المعدن تسمى بالإلكترونات الضوئية (photo electronic) يتكون الجهاز المستخدم لدراسة الظاهرة الكهروضوئية من:

1- انبوبة مفرغة من الهواء وتحتوي على لوح معدني باعث E (الانود) ولوح اخر يسمى اللوح الجامع C(الكاثود).

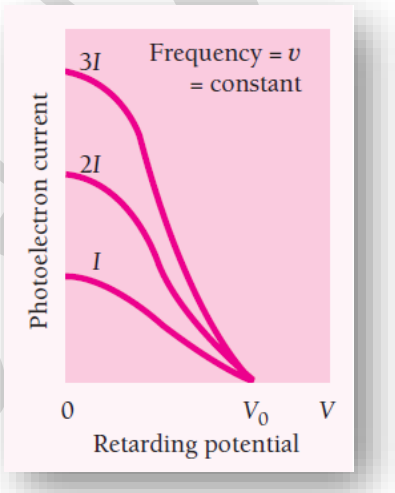


2- فولتميتر(V) يربط على التوازي مع الخلية واميتر(A) لقياس التيار عند انبعاث الالكترونات.

- عند اضاءة اللوح الباعث بضوء ذو تردد مؤثر نلاحظ انحراف مؤشر الاميتر دلالة على مرور تيار كهربائي في الدائرة.
-
- عند مضاعفة شدة الضوء الساقط يتضاعف تيار الاشباع اي ان عدد الالكترونات الضوئية المنبعثة يتناسب طردياً مع شدة الضوء الساقط.
- عند زيادة فولتية اللوح السالب نلاحظ تناقص التيار تدريجياً بسبب تنافر الالكترونات مع اللوح الجامع السالب. وعند فولتية معينة يصبح التيار الكهروضوئي يساوي صفر وان هذه الفولتية تسمى فولتية القطع او جهد الايقاف (V_o) stopping potential .

جهد الايقاف (V_o) Stopping Potential

هو اقل فولتية سالبة للوح الجامع التي تجعل التيار الكهروضوئي يساوي صفر وهو لا يعتمد على شدة الضوء الساقط وانما يعتمد على تردد الضوء الساقط.



ويعتبر جهد الايقاف مقياس للطاقة الحركية العظمى للإلكترونات الضوئية المنبعث K_{max}

فعندما يقارب الجهد السالب جهد الايقاف فلا تصل القطب الجامع الا تلك الالكترونات الضوئية ذات اعظم سرعة اي اعظم طاقة , اي ان:

$$K_{max} = eV_o = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

حيث ان:

K_{max}: الطاقة الحركية العظمى للإلكترونات المنبعثة.

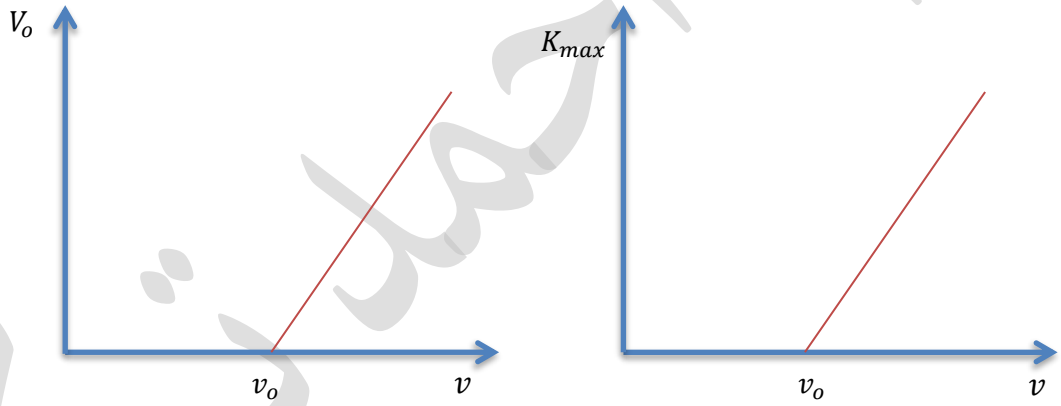
v_{max} : السرعة العظمى للإلكترونات المنبعثة.

V_o :جهد الايقاف.

e : شحنة الالكترون.

m: كتلة الالكترون.

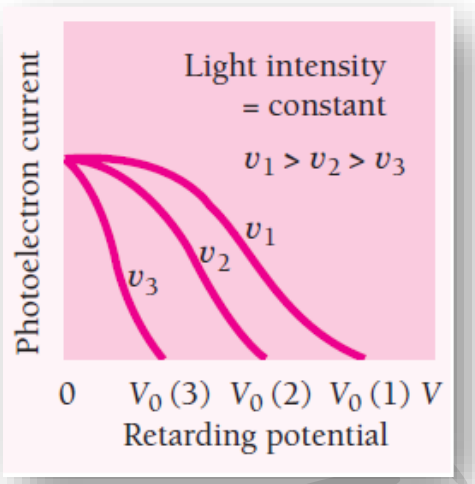
بما ان جهد الايقاف هو مقياس للـ (K_{max}) فان الطاقة الحركية العظمى للإلكترونات الضوئية المنبعثة لا تعتمد على شدة الضوء الساقط وانما تعتمد على تردد الضوء الساقط. لاحظ الشكل.

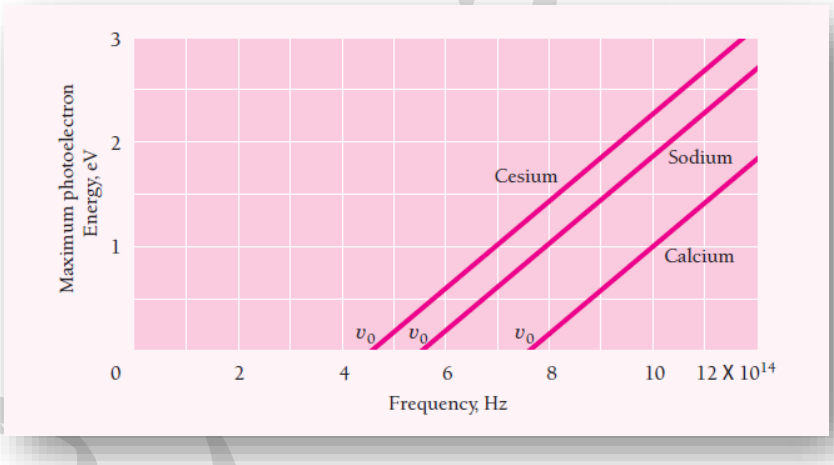


يتضح من الشكل بان لكل سطح باعث للإلكترونات تردد خاص يسمى بتردد العتبة v_o الذي دونه يتوقف الانبعاث الكهروضوئي مهما كبرت شدة الضوء الساقط على ذلك السطح. اي ان الانبعاث الكهروضوئي يحصل إذا كان تردد الضوء الساقط يساوي او اكبر من تردد العتبة.

تردد العتبة ν_o :

هو اقل تردد للضوء الساقط على اللوح الباعث لكي يحصل الانبعاث الكهروضوئي ويعتمد على نوع مادة الهدف.





ملاحظة:

1- لقد فشلت النظرية الكهرومغناطيسية (الكلاسيكية) في تفسير الظاهرة الكهروضوئية لأنها تنبأت ان الطاقة الحركية العظمى للإلكترونات المنبعثة K_{max} لا تعتمد على تردد الضوء الساقط وزمن سقوط الاشعة حيث الانبعاث يحتاج الى زمن لحدوثه.

2- اما النظرية الكمية (الحديثة) فقد نجحت في تفسير الظاهرة الكهروضوئية لا نها تنبأت بان الانبعاث الكهروضوئي يحدث انياً لحظة سقوط الضوء دون الحاجة الى الوقت بشرط ان يكون تردد الضوء الساقط أكبر من تردد العتبة اي ان الانبعاث الكهروضوئي يعتمد على تردد الضوء الساقط ولا يعتمد على شدته.

المعادلة الكهروضوئية لأينشتاين

استطاع العالم أينشتاين في العام (1905) من تفسير الظاهرة الكهروضوئية معتمداً على نظرية الكم. حيث افترض ان الاشعاع الساقط على الفلز يكون بشكل فوتونات . فعند سقوط ضوء ذو تردد مؤثر على سطح معدن فان طاقة احد الفوتونات الساقطة سوف تُمتص من قبل احد الكترونات ذلك السطح. ومتى ما كانت طاقة الفوتون الساقط اكبر من دالة الشغل (W) لذلك المعدن يستطيع الالكترون الانبعاث من سطح المعدن.

ان مقدار الطاقة الحركية العظمى للإلكترون المنبعث تحتسب من المعادلة التي وضعها اينشتاين:

$$K_{max} = E - W$$

$$K_{max} = eV_o = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

$$W = h\nu_o = \frac{hc}{\lambda_o}$$

حيث ان:

W : دالة الشغل work function للمعدن وهي اقل طاقة لازمة لفك الالكترون عن سطح الفلز.

λ_o: طول موجة العتبة وهو اطول موجه يستطيع تحرير الالكترون من سطح المعدن.

Metal	Symbol	Work Function, eV
Cesium	Cs	1.9
Potassium	K	2.2
Sodium	Na	2.3
Lithium	Li	2.5
Calcium	Ca	3.2
Copper	Cu	4.7
Silver	Ag	4.7
Platinum	Pt	6.4

- متى يحصل انبعاث كهروضوئي ومتى لا يحصل ذلك اعتماداً على المعادلة الكهروضوئية لأينشتاين:

$$K_{max} = h\nu - h\nu_o$$

$$= h(\nu - \nu_o)$$

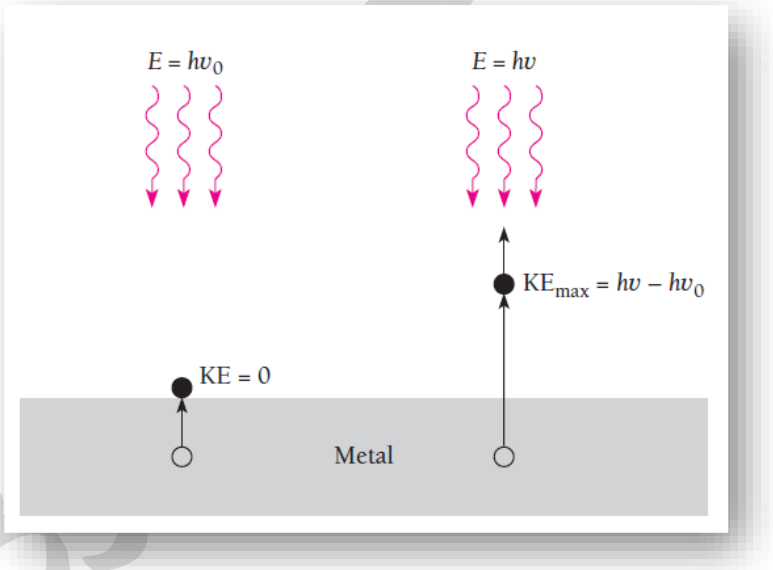
1- اذا كان تردد الضوء الساقط يساوي تردد العتبة للمعدن فان الالكترونات الضوئية تتحرر فقط من سطح المعدن من غير ان تكتسب طاقة حركية.

$$K_{max} = h\nu - h\nu_o$$

$$K_{max} = 0$$

2- اذا كان $(\nu < \nu_o)$ فلا يحصل انبعاث كهروضوئي مهما زادت شدة الضوء الساقط ومهما طال زمن سقوطه .

3- اذا كان $(\nu > \nu_o)$ سوف تزداد الطاقة الحركية للإلكترونيات المنبعثة فتنبعث بسرع مختلفة.



مثال 5:

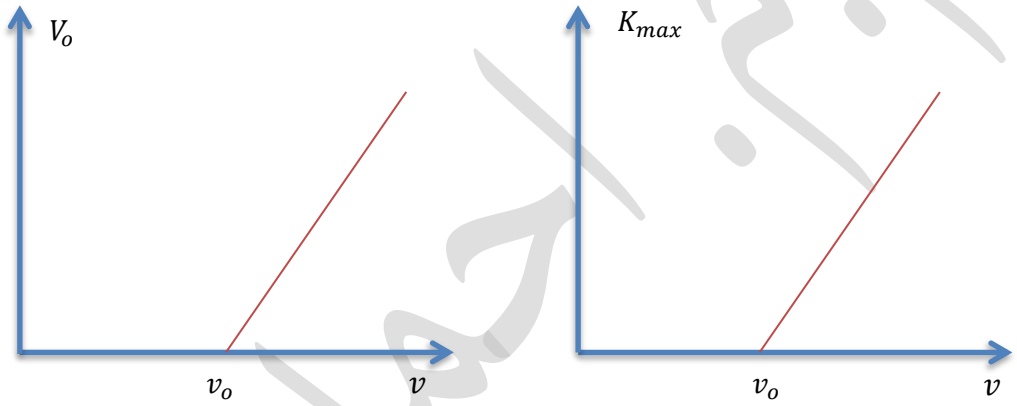
سقط ضوء اشعة فوق بنفسجية بطول موجي (350 nm) على لوح البوتاسيوم. ما مقدار الطاقة الحركية العظمى للإلكترون المنبعث بوحدة (eV)؟ علماً بان دالة الشغل للبوتاسيوم (2.2 eV).

مثال 6:

طول موجة العتبة للظاهرة الكهروضوئية للتنكستن يساوي (230 nm). ما طول موجة الضوء اللازم لانبعاث الكترونات ضوئية من التنكستن طاقتها الحركية العظمى (1.5 eV)؟

<u>ملاحظة:</u>

عند رسم العلاقة بين الطاقة الحركية العظمى للإلكترونيات الضوئية (K_{max}) وتردد الضوء الساقط نستنتج من ذلك:



- عند $(\nu = \nu_o)$ فان $k_{max} = 0$.
- عند $(\nu < \nu_o)$ فان k_{max} تكون سالبة فلا تبعث الالكترونات مهم كانت شدة الضوء الساقط وتسمى هذه الترددات غير المؤثرة.
- عند $(\nu > \nu_o)$ تكون k_{max} موجبة حيث تنبعث الالكترونات وتسمى هذه الترددات بالمؤثرة.
- من المعادلة الكهروضوئية:

$$K_{max} = h\nu - W$$

$$eV_o = h\nu - W$$

$$V_o = \frac{h}{e}\nu - W$$

استنتاجات الظاهرة الكهروضوئية

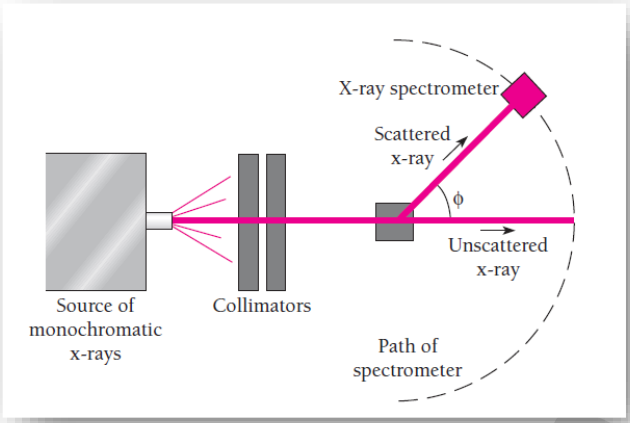
1- يكون الانبعاث الكهروضوئي آنياً فأما ان تنبعث الكترونات بسقوط اشعة ذات تردد مؤثر لحظة سقوط الاشعة او لا ينبعث مطلقاً إذا كان تردد الاشعة الساقطة غير مؤثر.
2- تنبعث الالكترونات الضوئية بسرع مختلفة بسبب اختلاف اعمار الالكترونات عن سطح الفلز وتتراوح قيمتها بين الصفر والقيمة العظمى.
3- يتناسب عدد الالكترونات الضوئية المنبعثة في الثانية الواحدة طردياً مع شدة الضوء الساقط عند ثبوت تردده.
4- تتناسب الطاقة الحركية العظمى للإلكترونات الضوئية المنبعثة طردياً مع تردد الضوء الساقط ضمن ترددات المؤثرة ولا تعتمد هذه الطاقة على شدة الضوء الساقط.
5- لكل مادة تردد عتبة خاص بها بحيث لا تنطلق الالكترونات من سطح المعدن اذا قل التردد عن تردد العتبة. وان تردد العتبة لمعظم المعادن ضمن ترددات الاشعة فوق البنفسجية.

مثال 7: سقط ضوء طوله الموجي (λ)على سطح معدن معين فكانت الطاقة الحركية العظمى للالكترون المنبعث $(1\ eV)$ فاذا سقط ضوء ثاني طوله الموجي نصف الطول الموجي للضوء الاول كانت الطاقة الحركية العظمى للالكترون المنبعث تساوي $(4\ eV)$. ما مقدار دالة الشغل للمعدن ؟.

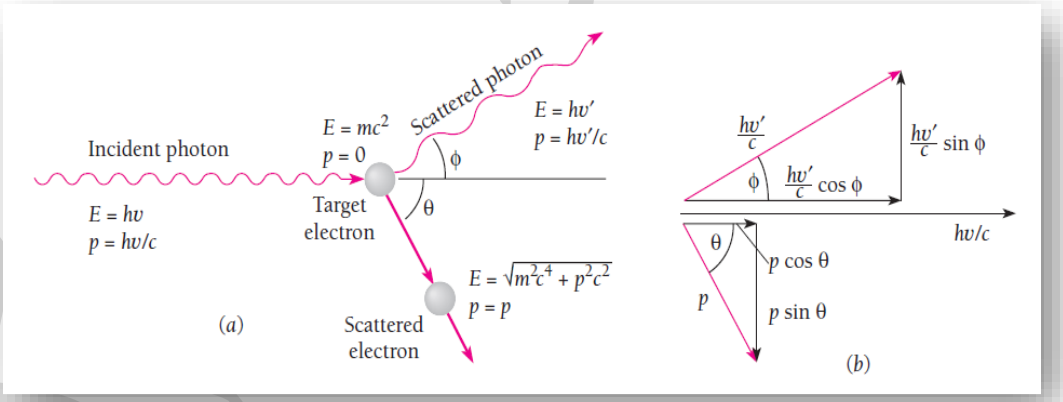
تأثير كومتن The Compton Effect

النظرية الكمية للضوء تفترض ان الفوتونات تسلك سلوك الجسيمات لكن ليس لها كتلة سكونيه. وعلى هذا الاساس يمكننا معالجة تصادم الفوتونات مع الالكترونات بنفس الطريقة التي نعالج بها تصادم كرات البليارد في الميكانيك الكلاسيكي.

في هذه الظاهرة يتصادم فوتون الاشعة السينية الساقط مع الكترون الذي يكون عادة في المدار الخارجي للذرة. ونتيجة التصادم يتشتت الفوتون من اتجاهه الاصلي في حين يستلم الالكترون كمية من الطاقة تجعله يتحرك بالاتجاه الموضح في الشكل ادناه. وفي هذا التصادم يفقد الفوتون طاقة تساوي الطاقة الحركية المكتسبة من قبل الالكترون والذي يسمى بالإلكترون المرتد (المستطار).



ونتيجة لهذا التصادم لاحظ كومتن حصول نقصان في طاقة الفوتون المستطار. لقد استطاع كومتن ان يشتق العلاقة بين طول موجة الفوتون الساقط (λ) وطول موجة الفوتون المتشتت المستطار (λ') بتطبيق قانوني حفظ الطاقة وحفظ الزخم. لاحظ الشكل:



الشكل يوضح تصادم فوتون مع الكترون ساكن ونتيجة للتصادم يتشتت الفوتون الساقط من اتجاهه الاصلي وبطاقة اقل.

$\emptyset$: تمثل الزاوية بين اتجاه الفوتون الساقط والفوتون المتشتت.

θ : تمثل الزاوية بين اتجاه الفوتون الساقط والالكترون المرتد.

λ : طول موجة الفوتون الساقط.

λ' : طول موجة الفوتون المتشتت.

من قانون حفظ الطاقة:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + mc^2 - m_o c^2$$

بالقسمة على (c):

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} + mc - m_o c \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

Or:

$$mc = [m_o c + h\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right)]$$

من قانون حفظ الزخم الخطي:

قانون حفظ الزخم الخطي بالاتجاه الافقي تساوي:

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'}\ \cos\phi + mv\cos\theta$$

$$mv\ cos\theta = h\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{\cos\phi}{\lambda'}\right) \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

قانون حفظ الزخم الخطي بالاتجاه العمودي:

$$\frac{h}{\lambda'}\sin\phi = mv\ sin\theta \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

بتربيع المعادلتين (2) و (3) وجمعهما ينتج:

$$m^2v^2cos^2\theta = h^2(\frac{1}{\lambda^2} - \frac{2\ cos\emptyset}{\lambda\lambda'} + \frac{cos\ ^2\emptyset}{\lambda'^2})$$

$$m^2v^2\ sin^2\theta = h^2(\frac{sin^2\emptyset}{\lambda'^2})$$

وبعد الجمع ينتج:

$$m^2v^2 = h^2\left(\frac{1}{\lambda^2} - \frac{2\ cos\emptyset}{\lambda\lambda'} + \frac{1}{\lambda'^2}\right) \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (4)$$

$$\because m = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_o c}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

$$\therefore m^2c^2 - m^2v^2 = m_o^2c^2$$

$$m^2v^2 = (m^2 - m_o^2)c^2 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (5)$$

من المعادلتين (4) و (5) ينتج:

$$(m^2 - m_o^2)c^2 = h^2\left(\frac{1}{\lambda^2} - \frac{2\,cos\emptyset}{\lambda\lambda'} + \frac{1}{\lambda'^2}\right) \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (6)$$

من المعادلة (1):

$$mc = [m_o c + h\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right)]$$

بالتربيع:

$$m^2c^2 = m_o^2c^2 + 2m_o ch\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) + h^2(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'})^2 \dots\dots\dots\dots\dots\dots (7)$$

من المعادلتين (6)و (7) ينتج:

$$h^2\left(\frac{1}{\lambda^2} - \frac{2\,cos\emptyset}{\lambda\lambda'} + \frac{1}{\lambda'^2}\right) = 2m_o ch\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) + h^2(\frac{1}{\lambda^2} - \frac{2}{\lambda\lambda'} + \frac{1}{\lambda'^2})$$

بحذف الحدود المتشابهة والقسمة على h ينتج:

$$-\frac{2h\,cos\emptyset}{\lambda\lambda'} = 2m_o c\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) - \frac{2h}{\lambda\lambda'}$$

$$-\frac{2h\,cos\emptyset}{\lambda\lambda'} = 2m_o c\left(\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda\lambda'}\right) - \frac{2h}{\lambda\lambda'}$$

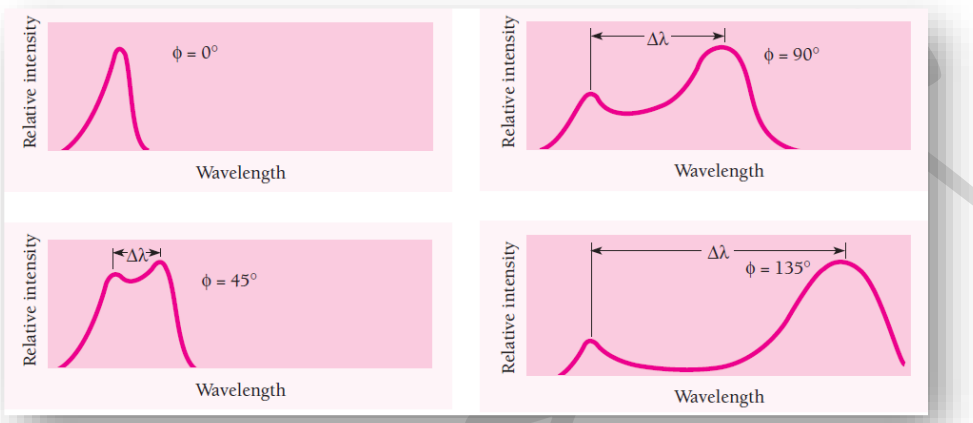
بضرب الطرفين بـ$(\lambda\lambda')$ ينتج:

$$-2h\,cos\emptyset = 2m_o c(\lambda' - \lambda) - 2h$$

$$2m_o c(\lambda' - \lambda) - 2h(1 - cos\emptyset) = 0$$

$$2m_o c(\lambda' - \lambda) = 2h(1 - cos\emptyset)$$

$$\therefore\ \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_o c}(1 - cos\emptyset) \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (8)$$



نستنتج من المعادلة (8):

1- تعطينا مقدار التغير في الطول الموجي لفوتون تشتت بواسطة جسم كتلته السكونية m_o كدالة لزاوية التشتت $\emptyset$.

2- ان هذا التغير لا يعتمد على طول موجة الفوتون الساقط وانما يعتمد على مقدار زاوية التشتت $\emptyset$.

3- ان الكمية $(\frac{h}{m_o c})$ تدعى بطول موجة كومبتن للإلكترون وتساوي:

$$\frac{h}{m_o c} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^{8}} = 2.4 \times 10^{-12} m = 0.024\ A^{\circ}$$

4- ان اكبر تغير للطول الموجي يحدث عند زاوية التشتت $(\emptyset = 180°)$ حيث يكون التغير في الطول الموجي ضعف طول موجة كومتن اي ان :

$$\Delta\lambda = 2 \times 0.024$$

$$\Delta\lambda = 0.048\ A°$$

ان هذا التغير لا يمكن ملاحظته باستخدام ضوء مرئي ولكن يمكن ملاحظته باستخدام اشعة سينية.

ملاحظة:

يمكن حساب طاقة الفوتون المتشتت $(h\nu')$ من المعادلة (8):

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_o c}(1 - cos\emptyset)$$

$$\frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu} = \frac{h}{m_o c}(1 - cos\emptyset)$$

بالقسمة على h:

$$\frac{c}{h\nu'} - \frac{c}{h\nu} = \frac{1}{m_o c}(1 - cos\emptyset)$$

$$\frac{c}{h\nu'} = \frac{1}{m_o c}(1 - cos\emptyset) + \frac{c}{h\nu}$$

$$h\nu' = \frac{c}{\frac{c}{h\nu} + \frac{1}{m_o c}(1 - cos\emptyset)}$$

بضرب البسط والمقام بـ $\frac{h}{c}$

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_o c^2}(1 - cos\emptyset)}$$

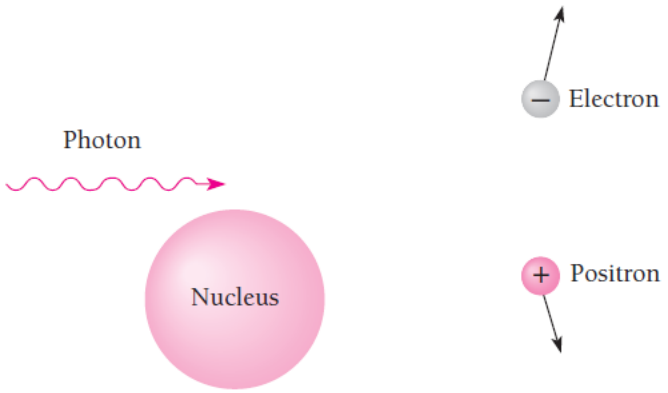
طاقة الفوتون المتشتت $(h\nu')$ تقل بزيادة الزاوية $(\emptyset)$ وتكون $(h\nu')$ في اقل قيمة لها عندما تكون $(\emptyset = 180)$ حيث ان:

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_o c^2}(1 - \cos 180)}$$

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{2h\nu}{m_o c^2}}$$

تكون زوج الكترون- بوزترون Pair Production

في عملية انتاج الزوج يتحول الفوتون الساقط (كطاقة $(E = h\nu$ بالقرب من النواة الى زوج الكترون بوزترون (كمادة). وهذه العملية تتفق تماماً مع النظرية أينشتاين الخاصة بتكافؤ الطاقة والكتلة.



والبوزترون هو جسيم كتلته مساوية الى كتلة الالكترون وشحنته مساوية ايضاً لشحنة الالكترون ولكنها موجبة.

إذا كانت طاقة الفوتون الساقط أكبر من (1.022 MeV) فانه يختفي عند اقترابه من نواة الذرة ويظهر محله زوج من الكترون – بوزترون. ويمكن التعبير عن ذلك بالمعادلة:

$$h\nu = m_-c^2 + m_+c^2 + K_- + K_+$$

حيث ان:

m_ec^2 : الطاقة السكونية لكل من الالكترون والبوزترون وتساوي (0.511 MeV) لذا فأن:

$$m_-c^2 + m_+c^2 = 1.022\ MeV$$

K_- : الطاقة الحركية للإلكترون.

K_+ :الطاقة الحركية للبوزترون.

وعلى هذا فان المعادلة اعلاه تصبح:

$$h\nu = +K_- + K_+ + 2mc^2$$

$$h\nu = +K_- + K_+ + 1.022MeV$$

$$h\nu - 1.022 = K_- + K_+$$

هذا يعني ان اقل طاقة للفوتون يجب ان تساوي او اكبر من (1.022 MeV) حتى تحدث عملية انتاج زوج الكترون- بوزترون. وفي حالة ($h\nu = 1.022$ MeV) بالضبط فان:

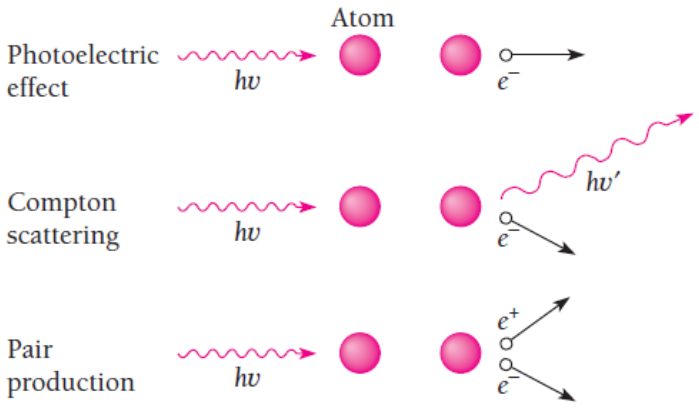
$$(K_- = 0; K_+ = 0)$$

مثال 8:

فوتون طوله الموجي ($0.003\ A°$) ولد زوج الكترون بوزترون. احسب الطاقة الحركية لكل منهما إذا كانت الطاقة الحركية للبوزترون ضعف الطاقة الحركية للإلكترون.

خلاصة طرق امتصاص الفوتون او الاشعة السينية

1- التأثير الكهروضوئي.
2- تأثير كومتن.
3- تكوين زوج الكترون بوزترون.



الفصل الثالث

الاشعة السينية X-Ray

اكتشف رونتكن في عام 1895 عندما كان يدرس التفريغ الكهربائي خلال الغازات عند الضغوط المنخفضة بان اشعاعات مجهولة تنبعث عندما تصطدم الكترونات سريعة بجسم معدني. وقد أطلق رونتكن على هذه الاشعة اسم الاشعة السينية (x-ray) لأنه لم يكن يعرف طبيعتها.

تعتبر الاشعة السينية جزء من الاشعة الكهرومغناطيسية التي تبدأ من الموجات الراديوية مروراً بالأشعة تحت الحمراء والضوء المرئي فالأشعة فوق البنفسجية ثم الاشعة السينية واشعة كاما . بالرغم من تباين في مظاهر وتأثيرات مختلف اجزاء الطيف الكهرومغناطيسي الا ان هناك صفات مشتركة بينها هي:

1- جميع انواع الاشعة الكهرومغناطيسية تنتقل بخطوط مستقيمة في الفراغ وبسرعة الضوء (c) $c = 3 \times 10^8\, m/s$.
2- تنقل الطاقة من مكان الى اخر على شكل كمات والطاقة (E) المحمولة بواسطة الكم الواحد او الفوتون ترتبط بتردده (ν) بالعلاقة:

$$E = h\nu$$

ثابت بلانك $h = 6.63 \times 10^{-34}\, J.s$

3- شدة الاشعة تقل عند مرورها خلال المادة (اي يعتريها توهين) وذلك بسبب امتصاص قسم من طاقة الاشعة وتشتت قسماً أخر.
4- تخضع الاشعة الكهرومغناطيسية لقانون التربيع العكسي بالانتقال في الفراغ. وهذا ينص على ان شدة الاشعة (I) المنبعثة من مصدر نقطي والتي تصل الى اي نقطة تبعد بالبعد (d) عن المصدر تتناسب كالتالي:

$$I \propto \frac{1}{d^2} \Rightarrow I = \frac{k}{d^2}$$

اي ان:

شدة الاشعة (I) تتناسب عكسياً مع مربع البعد (d).

5- الاشعة الكهرومغناطيسية عبارة عن موجات مستعرضة خصائصها الموجية ترتبط بالعلاقة $c = \lambda\nu$

λ: الطول الموجي

c: سرعة الضوء

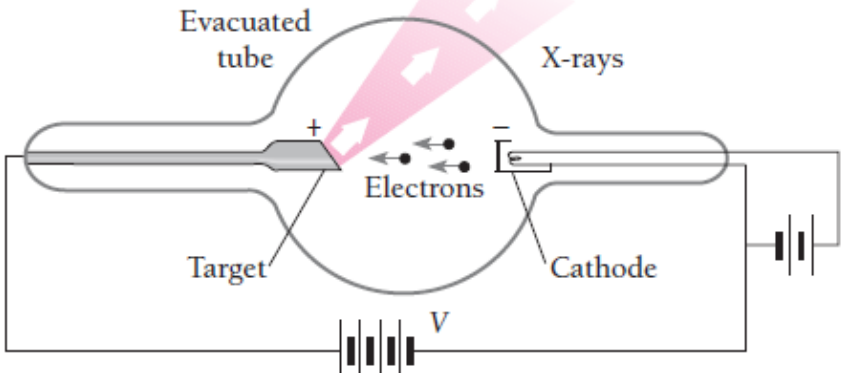
وفيما يلي بعض صفات الاشعة السينية:

1- الطول الموجي بحدود ($0.01 - 10\ nm$) بينما الطول الموجي للضوء المرئي الاعتيادي يتراوح بين (400-700 nm).
2- لا تتأثر الاشعة السينية بالمجالات الكهربائية والمغناطيسية لأنها عبارة عن فوتونات وليست جسيمات مشحونة.
3- تنفذ خلال مواد معتمة وقابلية اختراقها تعتمد على طاقتها وعلى العدد الذري لتلك المواد.
4- تسبب الاشعة السينية توهج بعض المواد (الفسفرة) وتؤثر على الدقائق الفوتوغرافية.

ان الاشعة الكهرومغناطيسية عامة والسينية بشكل خاص تتصرف ببعض التجارب وكأنها حركة موجية وفي تجارب اخرى كأنها جسيمات ففي ظواهر الحيود والتداخل تتصرف الاشعة السينية كموجات بينما في ظاهرة كومتن تسلك وكأنها جسيمات.

تكوين (توليد الاشعة السينية)

هنالك عدة انواع من الانابيب التي تستخدم في انتاج الاشعة السينية ومنها انبوب كولـــج (Coolidge tube) الموضح في الشكل:



يتكون من انبوب مفرغ من الهواء ويتم تجهيز الكترونات بواسطة (الكاثود) والذي يصنع على شكل خويط من التنكستن الذي يجري تسخينه ويصنع الهدف (الانود) من مادة درجة انصهارها عالية ويكون عددها الذري كبير مثل التنكستن والموليبيديوم والنحاس. وعملية انتاج الاشعة السينية يصحبها عملية تحرير كمية من الحرارة عند الهدف تعتمد نسبتها على فولتية التشغيل المستخدمة.

اما توليد الاشعة السينية فتتم بتسخين القطب السالب (الكاثود) بواسطة فتيلة مجاورة حيث يمر تيار كهربائي فيعطي سيلاً من الالكترونات عن طريق الانبعاث الحراري ثم تعجل هذه الالكترونات بواسطة تسليط فرق جهد عالي (V) يصل الى حدود ($50\ Kv$) فعندما تصدم الالكترونات بمادة الهدف تفقد طاقتها ونتيجة لذلك تتولد الاشعة السينية حيث تنبعث من الهدف وتخرج من الجهاز عن طريق الجدران الجانبية للجهاز ان شدة الاشعة السينية المنبعثة تعتمد على:

1- درجة حرارة الكاثود.
2- مربع فرق جهد الأنود.
3- العدد الذري لمادة الهدف.

طيف الاشعة السينية (X-Ray Spectrum)

عند قياس شدة الاشعة السينية المنبعثة كدالة لطول موجتها وجد ان طيف الاشعة السينية يتألف من:

اولاً: الطيف المستمر continuous spectrum

ينتج هذا الطيف بسبب فقدان الالكترونات المعجلة طاقتها على شكل اشعاع عند اصطدامها بجسيمات الهدف وهذا واضح من النظرية الكهرومغناطيسية بتباطئ او تعجيل جسيم مشحون يفقد طاقة على شكل اشعاع وان الاشعة السينية المتولدة في هذه الحالة تسمى بأشعة التوقف نسبة الى العالم الالماني (Bremsstrahlung) وقد وجد تجريبياً ان اقل طول موجي للأشعة السينية يتناسب عكسياً مع فرق الجهد (V) حسب العلاقة:

$$\lambda_{min} = \frac{1.24 \times 10^{-6}}{V}$$

تفسير ظاهرة الطيف المستمر وفق النظرية الكمية

ان معظم الالكترونات الساقطة على الهدف تفقد طاقتها الحركية تدريجياً بواسطة اصطدامات متعددة على شكل حرارة اما بقية الالكترونات التي تشكل نسبة قليلة تفقد كل او معظم طاقتها في عملية الاصطدام مع الهدف وهذه الطاقة تتحرر على شكل اشعة سينية ولهذا فان انبعاث الاشعة السينية هي ظاهرة كهروضوئية عكسية لان في الظاهرة الكهروضوئية تسقط فوتونات بتردد مؤثر على الهدف فتنبعث منها الالكترونات بينما في الاشعة السينية تسقط الكترونات معجلة بفرق جهد كهربائي عالٍ على الهدف فتنبعث اشعة سينية.

ان الالكترون الذي يصل الانود بعد مروره خلال فرق جهد (V) يكتسب طاقة حركية عظمى مقدارها:

$$K_{max} = eV \dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

ان (K_{max}) تمثل أكبر طاقة يمنحها الالكترون عند توليد الاشعة السينية اي ان في حالة التصادم المباشر فان طاقة الالكترون تتحول الى طاقة فوتون الاشعة سينية. اي ان:

$$K_{max} = eV = h\nu_{max}$$

ν_{max}: اقصى تردد للفوتون ويقابله أدني او اقل طول موجي للأشعة السينية (λ_{min}) حيث ان:

$$\nu_{max} = \frac{c}{\lambda_{min}}$$

$$eV = \frac{hc}{\lambda_{min}} \Longrightarrow \lambda_{min} = \frac{hc}{eV}$$

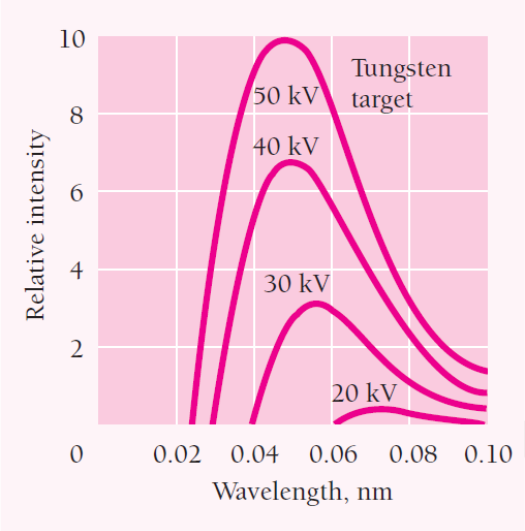
$$\lambda_{min} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{1.6 \times 10^{-19} \times V}$$

$$\lambda_{min} = \frac{1.24 \times 10^{-6}}{V} \ V.m$$

ان هذه العلاقة تتفق تماماً مع العلاقة التجريبية.

ملاحظة:

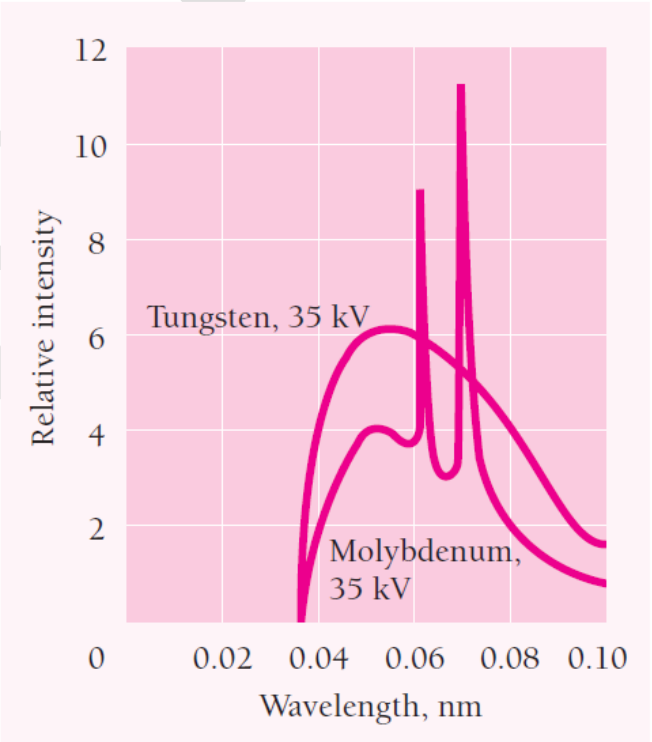
1- لكل جهد هناك نهاية صغرى للطول الموجي (λ_{min}) للأشعة السينية يتناسب عكسياً مع فرق الجهد V.
2- تزداد شدة الطيف المستمر لجميع الاطوال الموجية عند زيادة فرق الجهد المسلط. لاحظ الشكل.



ثانياً: الطيف الخطي Line Spectrum

ينتج هذا الطيف الخطي بسبب الاشعاع المنبعث نتيجة انتقال الالكترون من مستوى طاقة عالي الى مستوى طاقة اوطأ بعد ان يتحرر أحد الالكترونات من الذرة نتيجة اصطدام الالكترونات المعجلة بها وان طاقة الفوتون المنبعث تساوي فرق الطاقة بين المستويين وبذلك يكون طول موجته محدداً ويظهر على شكل خط في الطيف.

ولما كانت قيمة طاقة المستويات الذرية من مميزات ذرات مادة الهدف لذلك كان الطيف الخطي من مميزات مادة الهدف ايضاً.



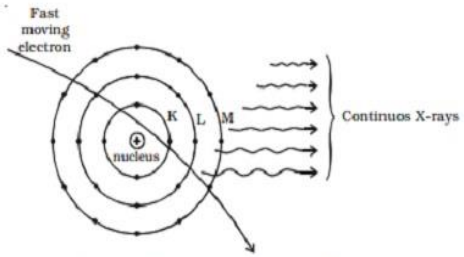


Fig Origin of continuous X – rays

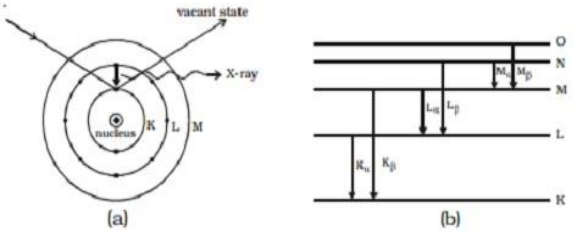


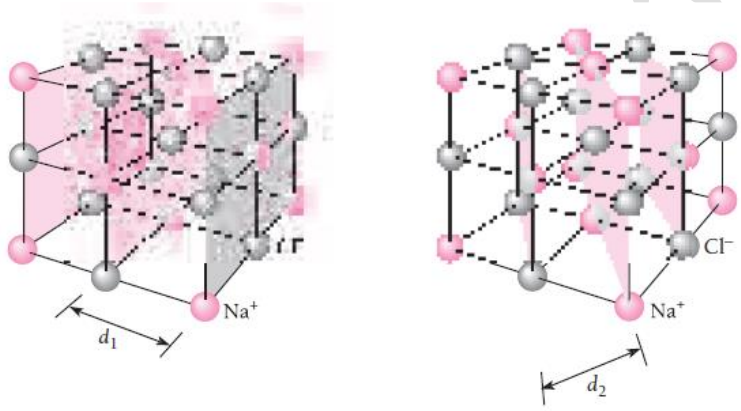
Fig Characteristic X-ray spectra

مثال:

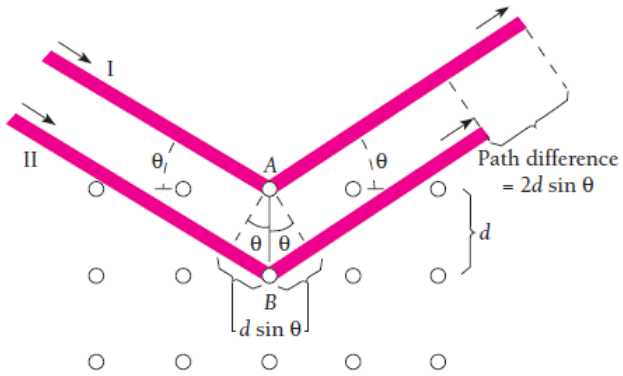
تعمل انبوبة الاشعة السينية بفرق جهد مقداره $(65KV)$ ما مقدار أقصر طول موجي للأشعة السينية المنبعثة من هذه الانبوبة؟ وما مقدار الطاقة التي يحملها فوتون واحد منبعث بأقصر طول موجي؟

X-Ray Diffraction حيود الاشعة السينية

ان ظاهرة حيود الاشعة السينية دليل قاطع على ان الاشعة السينية هي موجات كهرومغناطيسية. ولغرض دراسة حيود الاشعة السينية نستعمل بلورة متكونة من صف منتظم من الذرات تستطيع تشتيت الموجات الكهرومغناطيسية الساقطة عليها. فعند سقوط حزمة اشعة سينية احادية الطول الموجي (monochromatic) على بلورة تتشتت في جميع الاتجاهات داخل البلورة لكن نتيجة الترتيب المنتظم للذرات داخل البلورة تعاني الموجات المتشتتة تتداخلاً بناء (constructively interfere) بالاتجاهات الاخرى يمكن تصور الذرات داخل البلورة بانها تصطف في مجاميع متميزة من المستويات المتوازية وتكون على ابعاد معينة فيما بينها.



لدراسة حيود الاشعة السينية نفرض ان حزمة اشعة سينية ذات طول موجي (λ) تسقط على بلورة بزاوية (θ) بالنسبة لاحد مستويات البلورة حيث (d) تمثل المسافة الفاصلة بين المستويات الذرية في البلورة.



الشعاع (I) يتشتت بواسطة الذرة (A) بينما الشعاع (II) يتشتت بواسطة الذرة (B) ويكون التداخل بناء بين الشعاعين اذا كان فرق المسار بينهما اعداد صحيحة من الطول الموجي ($n\lambda$).

اي ان:

$$2\,d\sin\theta = n\lambda \qquad \textbf{Bragg's Law}$$

$$n = 1,2,3, \ldots \ldots$$

يستخدم قانون براك (Bragg's Law) لدراسة طيف الاشعة السينية وذلك بقياس الزاوية (θ) ومن معرفة قيمة (d) للبلورة المستخدمة يمكن حساب الطول الموجي (λ) وايضاً حساب مقدار الطاقة:

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

مثال 2: احسب مقدار الطول الموجي والطاقة للخط (k_α) للنحاس باستخدام قانون براك علماً بـــــأن $(d = 2.01\ A°)$ و $(\theta = 22.5°)$

قانون موسلي Mosley's Law

في عام 1913 درس العالم موسلي الطيف المميز للأشعة السينية لأهداف معدنية مختلفة في انبوبة الاشعة السينية وقد توصل الى الحقائق التالية:

1- الطيف المميز للأشعة السينية لأهداف مختلفة لها صفة مشتركة وهو ان الطيف يحتوي على الخطوط (K,L,M,..).
2- تردد الخط يتناسب طردياً مع العدد الذري لمادة الهدف.
3- لقد اشتق موسلي اعتماداً على نظرية بور (Bohr) للذرة قانون يعطى بالصيغة التالية:

$$\nu = Rc(Z-1)^2\left(\frac{1}{{n_f}^2} - \frac{1}{{n_i}^2}\right)$$

حيث ان:

ν تردد الخط.

R: ثابت ردبرك $(Rydberg\ constant = 1.097 \times 10^7\ m^{-1})$

c: سرعة الضوء.

Z : العدد الذري لمادة الهدف .

$$\because \frac{\nu}{c} = \frac{1}{\lambda}$$

$$\therefore \frac{1}{\lambda} = R(Z-1)^2(\frac{1}{{n_f}^2} - \frac{1}{{n_i}^2})$$

بالنسبة للخط (K_α) يتولد عندما ينتقل الالكترون من المستوى(L)الـــى المستوى (K) حيث ان :

$$n_f = 1\ ;\ n_i = 2$$

وحينئذٍ

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z-1)^2(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2})$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{3}{4}R(Z-1)^2$$

بالنسبة للخط (K_β) يتولد عندما ينتقل الالكترون من المستوى *(M)* الى المستوى *(K)* حيث ان:

$$n_f = 1\ ;\ n_i = 3$$

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z-1)^2(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2})$$

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z-1)^2(\frac{1}{1} - \frac{1}{9})$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{8}{9}R(Z-1)^2$$

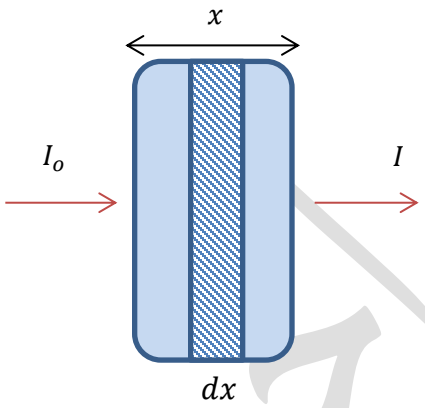
مثال 3:

احسب مقدار الطول الموجي للخط (K_α) للنحاس ومقدار الطاقة باستخدام قانون موسلي علماً بان العدد الذري للنحاس.*(Z=29)*

امتصاص الاشعة السينية Absorption of X-Rays

عندما تسقط حزمة ضيقة احادية الطول الموجي من الاشعة السنية على مادة معينة فان قسم من الاشعة يمتص والاخر ينفذ من المادة.

لدراسة امتصاص الاشعة السينية نفرض ان (I_o) هي شدة الاشعة السينية الساقطة عمودياً على طبقة ماصة و (I) شدة الاشعة السينية النافذة من الطبقة وسمكها (x).



ان مقدار النقصان في شدة الاشعة يتناسب مع السمك (dI) يتناسب مع السمك (dx) وشدة الاشعة النافذة (I) حيث ان

$$dI \propto I\, dx$$

$$dI = -\mu\, I dx$$

حيث (μ) ثابت التناسب ويسمى معامل الامتصاص الخطي والاشارة السالبة تعني النقصان في الشدة.

$$\frac{dI}{I} = -\mu\, dx$$

بأخذ التكامل:

$$\int \frac{dI}{I} = -\mu \int dx$$

$$\ln I = -\mu x + C$$

عندما $(x = 0)$ فان $(I = I_o)$:

$$\ln I_o = C$$

$$\ln I = -\mu x + \ln I_o$$

$$\ln I - \ln I_o = -\mu x$$

$$\ln \frac{I}{I_o} = -\mu x$$

$$\frac{I}{I_o} = e^{-\mu x}$$

$$I = I_o e^{-\mu x}$$

ان معامل الامتصاص الخطي (μ) يمثل احتمالية ازالة فوتون معين من الحزمة الساقطة على المادة ووحدته (cm^{-1}) . فمثلاً اذا كانت $(\mu = 0.03\ cm^{-1})$ فان هناك احتمالية (3%) للإزالة الفوتون لكل (cm).

ملاحظة:

1- ان قيمة معامل الامتصاص (μ) تعتمد على كثافة المادة الماصة (ρ) وبناء على ذلك يمكن ان تكتب معادلة الامتصاص كما يأتي:

$$I = I_o e^{(-\frac{\mu}{\rho})\rho x}$$

حيث ان:

ρ: كثافة المادة الماصة (g/cm^3).

$\frac{\mu}{\rho}$: تسمى معامل الامتصاص الكتلي ووحدتها (cm^2/g).

ρx : الكثافة السطحية او كتلة وحدة المساحة للمادة الماصة ووحدتها (g/cm^2).

ان معامل الامتصاص الكتلي يمثل جزء الطاقة الذي يزيحه غرام واحد من المادة الماصة من حزمة مساحتها (cm^2) واحد.

2- يمكن معرفة قيمة (μ) من خلال معرفة سمك النصف $(x_{\frac{1}{2}})$.

3- السمك النصفي للمادة $(x_{\frac{1}{2}})$ هو السمك المناظر لشدة مقدارها $(\frac{I_o}{2})$ اي هو السمك اللازم لتقليل شدة الاشعاع النافذ الى نصف الشدة الساقطة عليه. ويمكن حسابة كالاتي:

$$I = I_o e^{-\mu x}$$

عندما $I = \frac{I_o}{2}$; $x = x_{\frac{1}{2}}$

$$\frac{I_o}{2} = I_o e^{-\mu x_{\frac{1}{2}}}$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\mu x_{\frac{1}{2}}$$

$$\ln 1 - \ln 2 = -\mu x_{\frac{1}{2}}$$

$$\ln 2 = \mu x_{\frac{1}{2}}$$

$$x_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\mu}$$

$$x_{\frac{1}{2}} = \frac{0.693}{\mu}$$

$$\mu = \frac{\ln 2}{x_{\frac{1}{2}}} \ cm^{-1}$$

مثال 4:

معامل الامتصاص الخطي للأشعة السينية بطاقة معينة في الماء والكالسيوم هو ($400\ cm^{-1}$) و ($1.57 \times 10^4\ cm^{-1}$) على التوالي. احسب النسبة المئوية لامتصاص الاشعة السينية في (1 mm) من الماء ثم احسب سمك الكالسيوم الضروري لإحداث نفس النقص في الشدة.

الاشعة السينية المتفلورة وتأثير اوكر

X-Ray Fluorescein and Auger Effect

ان احدى الطرق المستخدمة لتوليد الاشعة السينية المميزة هي بإشعاع (اسقاط) مادة الهدف بأشعة سينية طاقتها أكبر من طاقة الاشعة السينية الناتجة اي توليد اشعة سينية باستخدام اشعة سينية بدلاً من الالكترونات المعجلة. والاشعة السينية الناتجة تسمى بالأشعة السينية المتفلورة.

ذكرنا فيما سبق عند سقوط الكترون معجل على مادة الهدف في انبوبة الاشعة السينية يعمل هذا الالكترون على ازاحة أحد الالكترونات من المدار (K) ونتيجة ذلك ينتقل الكترون من المدار (L) لمليء الفراغ في المدار (K) ونتيجة لهذا الانتقال تنبعث اشعة سينية بخط (k_α) حيث ان:

$$E_{k_\alpha} = E_L - E_k$$

وفي بعض الاحيان فان الاشعة السينية المنبعثة تُمتص مما يؤدي الى انبعاث الكترون من نفس المدار (L) اي تحصل ظاهرة كهروضوئية وان الالكترون المنبعث يسمى اوكر الكترون (Auger electron) نسبة الى العالم اوكر (Auger) الذي لاحظ هذه الظاهرة عام 1925 وسميت هذه الظاهرة بتأثير اوكر.

ان الطاقة الحركية لهذا الالكترون تعطى بالعلاقة:

$$K = E_{k_\alpha} - E_L$$

حيث ان:

K: الطاقة الحركية لاوكر الكترون.

E_{k_α}: طاقة الاشعة السينية للخط (k_α).

E_L : طاقة ربط الالكترون في المدار (L).

الفصل الرابع

الخصائص الموجية للجسيمات

Wave Properties of Particles

موجات دي- برولي De-Broglie Waves

افترض العالم دي برولي سنة (1924) بان الجسيمات المتحركة لها صفات موجية وان الصفة الموجية للجسيمات قد برهنت عملياً عام (1927) وبيّن دي برولي ان الطبيعة يجب ان تكون متناظرة فالازدواجية في طبيعة الضوء يجب ان يقابلها ازدواجية في طبيعة المادة.

فوتون ضوئي تردده (ν) يمتلك زخماً (p) مقداره:

$$\mathrm{p} = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{c}} = \frac{h\nu}{\mathrm{c}}$$

$$\mathrm{p} = \frac{h}{\lambda}$$

حيث ان $\mathrm{c} = \nu\lambda$ وطول موجة الفوتون يحددها زخم الفوتون لان:

$$\lambda = \frac{h}{\mathrm{p}}$$

لقد افترض دي برولي بان المعادلة الاخيرة هي قانون عام يشمل الفوتون والجسيمات المادية حيث ان جسيم كتلته (m) وسرعته (p) فان زخمه:

$$p = mv$$

وعليه فان طول موجة دي برولي

$$\lambda = h/p \Rightarrow \lambda = h/mv$$

اي كلما زاد زخم الجسيم قصر طول موجته.

ملاحظة:

عندما تقترب سرعة الجسيم من سرعة الضوء فان:

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

وعندئذٍ

$$\lambda = \frac{h\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{m_o v}$$

مثال1:

احسب الطول الموجي المصاحب لكرة كتلتها (46 g) تتحرك بسرعة (30 m/s).

مثال2:

جد طول موجة دي برولي لبروتون كتلته (1.67×10^{-27} kg) عجل بفرق جهد مقداره (100 v).

سرعة موجة دي برولي De Broglie wave velocity

عندما يكون الجسم متحرك فمن البديهي ان نتوقع ان سرعة الموجة هذه تتحدد بسرعة الجسم. ولو كانت سرعة موجة دي برولي (w), فان:

$$w = \boldsymbol{\nu}\lambda$$

طول موجة دي برولي:

$$\lambda = h/mv$$

$$E = h\boldsymbol{\nu}$$

$$\boldsymbol{\nu} = E/h$$

$$E = mc^2 2$$

$$\boldsymbol{\nu} = (mc^2)/h$$

$$\because w = \boldsymbol{\nu}\lambda$$

$$= (\frac{mc^2}{h})\,(\frac{h}{mv})$$

$$w = c^2/v$$

λ : طول موجي دي برولي.

v: سرعة الجسيم.

$\boldsymbol{\nu}$: التردد.

وبما ان سرعة الجسيم (v) هي دائماً اقل من سرعة الضوء (c) نلاحظ ان سرعة انتشار موجة دي برولي (w)هي دائماً أكبر من (c). وكذلك نلاحظ من المعادلة الاخيرة ان سرعة موجة دي برولي وسرعة الجسم لا تتساويان اطلاقاً.

ومن هذا يجب علينا ان ندرس مفهومي سرعة الموجة الطور(Phase velocity) (v_p) وسرعة المجموعة (Group velocity) (v_g).

ويمكن تمثيل الحركة الموجية بدلالة التردد الزاوي (angular frenquency ω) والعدد الموجي (wave number k) كدالة لـ (x, t)

$$\omega = 2\pi\boldsymbol{\nu} \rightarrow (\frac{\boldsymbol{rad}}{\boldsymbol{s}})$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow (\frac{\boldsymbol{rad}}{\boldsymbol{m}})$$

$$\therefore y(x,t) = A\cos(\omega t - kx)$$

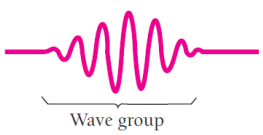
$$\textbf{or:} \qquad y(x,t) = A\cos 2\pi(\boldsymbol{\nu}t - \frac{x}{\lambda})$$

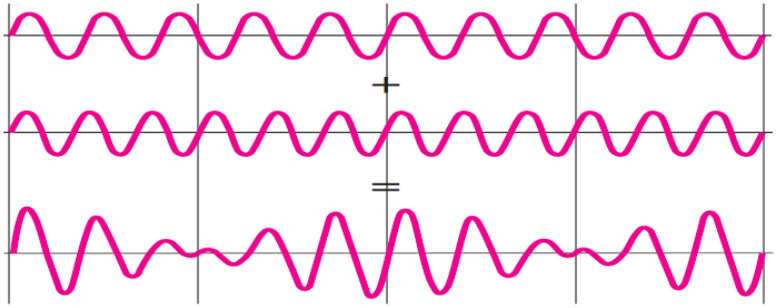
A : سعة الموجة.

سرعة الموجة (الطور) وسرعة المجموعة (الزمرة)

Phase and Group velocity

ان ازاحة موجة دي برولي التابعة لجسيم متحرك تعطينا احتمالية وجود الجسيم في موقع وزمن معينين ومن الواضح انه لا يمكن تمثيل موجة دي برولي بالمعادلة اعلاه والتي **تصف رتلاً غير متناه من الموجات ذات نفس السعة (A).** وعليه نتوقع ان موجة جسيم متحرك تكون على شكل رزمة موجية (wave packet) او مجموعة موجية (wave group) التي تضم عدداً من الموجات مختلفة السعات وبذلك تكون احتمالية وجود الجسيم متمركز في حيز محدود.





نفترض ان رزمة موجة تتكون من جمع موجتين بسيطتين ذات نفس السعة (A) ولكن بفرق تردد زاوي (dω) وفرق عدد موجي (dk).

ويمكننا كتابة الموجتين الاصليتين بالمعادلتين:

$$y_1 = A\cos(\omega t - kx)$$

$$y_2 = A\cos[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x]$$

ان محصلة الازاحة (y) عند اية لحظة (t) وموقع (x) هي حاصل جمع (y_1) و (y_2) باستخدام المتطابقة:

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos {}^{1}\!/_{2}\,(\alpha+\beta)\cos {}^{1}\!/_{2}\,(\alpha-\beta)$$

والعلاقة:

$$\cos(-\theta) = \cos\theta$$

$$y = y_1 + y_2$$

$$= 2A\cos\tfrac{1}{2}[(2\omega+d\omega)t-(2k+dk)x]\cos\tfrac{1}{2}(d\omega t-dk\,x)$$

لما كان (dω) و(dk) صغيرتين بالنسبة لـ (ω) و (k) على التوالي فان:

$$2\omega + d\omega \approx 2\omega$$

$$2k + dk \approx 2k$$

وبذلك:

$$y = 2A\cos(\omega t - kx)\cos\left(\frac{d\omega}{2}t - \frac{dk}{2}x\right)$$

المعادلة اعلاه تمثل موجة مادية للجسيم ترددها (ω) وعددها (k) وسعة هذه الموجة تتغير على شكل موجي بتردد زاوي $\frac{d\omega}{2}$ وعدد موجي $\frac{dk}{2}$ وان هذا التغير في سعة الموجة يؤدي الى تكوين المجاميع الموجية للجسيم.

بما ان سرعة الموجة (الطور) هي:

$$w = \frac{\omega}{k} \Rightarrow \omega = \frac{c^2}{v}$$

في حين ان سرعة المجموعة (الزمرة) هي:

$$v_{group} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \Rightarrow \frac{d\omega}{dk}$$

ملاحظة: ان سرعة المجموعة ربما تكون أكبر او أصغر من سرعة الموجة منفردة وعندما تأخذ سرعة الموجة نفس القيمة لجميع الاطوال الموجية فان سرعة مجموعة الامواج تساوي سرعة الموجة اي:

$$v_g = w$$

وفي الحالة العامة فان سرعة المجموعة تشتق بالصيغة التالية:

بما ان التردد الزاوي (ω) والعدد الموجي (k) لموجات دي برولي لجسيم كتلته السكونية (m_o) ويتحرك بسرعة (v). فان:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi\, mc^2}{h}$$

$$\omega = \frac{2\pi\, c^2}{h}\,\frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \dots\dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

وكذلك:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\, mv}{h}$$

$$k = \frac{2\pi\, v}{h}\,\frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

$$\because v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d\omega/dv}{dk/dv}$$

$$\frac{d\omega}{dv} = \frac{2\pi\, c^2 m_o}{h}\left(-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-3/2}\left(-\frac{2v}{c^2}\right)$$

$$\frac{d\omega}{dv} = \frac{2\pi\, m_o v}{h\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{dk}{dv} = \frac{2\pi\, m_o}{h}\left[v\left(-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-3/2}\left(-\frac{2v}{c^2}\right)+\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}\right]$$

$$\frac{dk}{dv} = \frac{2\pi\, m_o}{h}\left[\frac{\frac{v^2}{c^2}}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}+\frac{1}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}\right]$$

$$\frac{dk}{dv} = \frac{2\pi\, m_o}{h}\left[\frac{\frac{v^2}{c^2}+1-\frac{v^2}{c^2}}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}\right]$$

$$\frac{dk}{dv} = \frac{2\pi\, m_o}{h\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \dots\dots\dots\dots\dots\dots (4)$$

من المعادلتين (3) و(4) نحصل:

$$v_g = \frac{d\omega/dv}{dk/dv} = \frac{\frac{2\pi\, m_o v}{h\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}}{\frac{2\pi\, m_o}{h\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}}$$

$$\therefore v_g = v$$

اي ان سرعة المجموعة (الزمرة) (v_{group}) لجسيم يتحرك تساوي سرعة الجسيم نفسه (v) وهذا يعني ان الجسيم يسلك كجسيم وكموجة (اي له صفة الازدواجية).

مثال:

إذا علمت ان طول موجة دي برولي المرافق للإلكترون يساوي $2 \times 10^{-12}m$. اوجد الطاقة الحركية وسرعة الطور وسرعة المجموعة لموجة دي برولي.

الحل:

$$pc = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{2 \times 10^{-12}} = \quad = 620KeV$$

بما ان الطاقة السكونية للإلكترون $E_o = 511\ KeV$

إذا:

$$KE = E - E_o = \sqrt{E_o^2 + (pc)^2} - E_o = \sqrt{(511)^2 + (620)^2} - 511 = 292\ KeV$$

ويمكن إيجاد سرعة الالكترون:

$$E = \frac{E_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

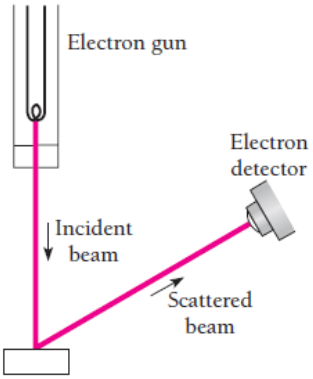
$$v = c\sqrt{1 - \frac{E_o^2}{E^2}} = c\sqrt{1 - \left(\frac{511}{803}\right)^2} = 0.771c$$

$$w = \frac{c^2}{v} = \frac{c^2}{0.771\ c} = 1.3\ c$$

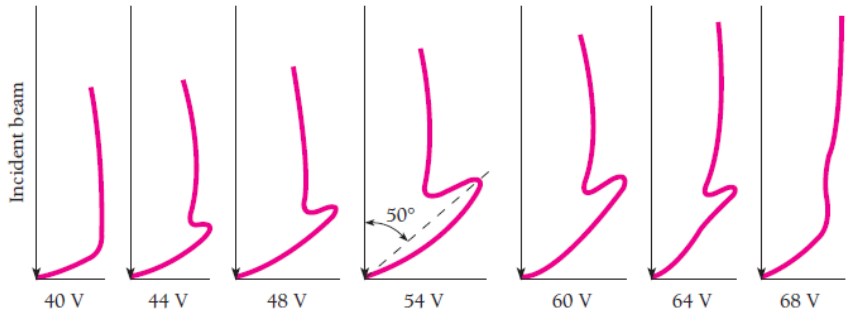
$$v_g = v = 0.771c$$

حيود الجسيمات Particle Diffraction

في سنة (1927) لاحظ كل من دافسون وجيرمر خلال دراستهم لتشتت الالكترونات من بلورة النيكل بانه هناك قيم عليا وصغرى متميزة في شدة الالكترونات وعند مواقع معينة تعتمد على طاقة الالكترونات الساقطة.

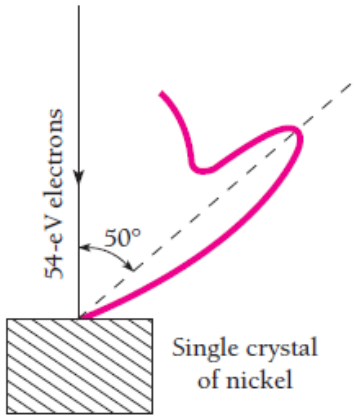


تظهر منحنيات لتغير شدة الالكترونات المتشتتة مع زاوية التشتت وفي هذه الاشكال تتناسب شدة الالكترونات عند زاوية معينة مع بعد النقطة على المنحني عند تلك الزاوية من نقطة التشتت.



ويمكن تفسير هذه الظاهرة على اساس فرضية دي برولي وهي ان موجات الالكترونات تعاني حيوداً بواسطة الهدف كحيود الاشعة السينية بواسطة المستويات الذرية في البلورات، ففي تجربة دافسون و جيرمر اسقطت

حزمة من الالكترونات طاقتها (54 eV)بصورة عمودية على بلورة من النيكل فأظهرت الالكترونات المتشتتة شدة متميزة عليا عند زاوية (50°) بالنسبة لاتجاه الحزمة الساقطة. وكانت زاوية التشتت بالنسبة لمستويات براك (65°) والمسافة بين هذه المستويات المقاسة عن طريق حيود الاشعة السينية (d=0.91 A°) لاحظ الشكل:



ان قانون براك الذي يحدد مواقع الشدة العظمى للإلكترونات المتشتتة هي:

$$n\lambda = 2d\sin\theta$$

$$n = 1 \qquad \theta = 65° \qquad d = 0.91A°$$

$$1 \times \lambda = 2 \times 0.91 \times \sin 65$$

$$\lambda = 2 \times 0.91 \times 0.906$$

$$\lambda = 1.65\ A°$$

والان نستخدم معادلة دي برولي لحساب قيمة (λ) حيث ان:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p}$$

بما ان الطاقة الحركية للإلكترونات (54 eV) صغيرة بالنسبة للطاقة السكونية للإلكترون $(m_o c^2 = 0.511\ MeV)$ لذا يمكن اهمال التأثيرات النسبية وعليه:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Longrightarrow 2K = mv^2$$

$$2Km = m^2v^2 \Longrightarrow mv = \sqrt{2Km}$$

$$mv = p = \sqrt{2 \times 54 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 9.1 \times 10^{-31}}$$

$$p = 40 \times 10^{-25} \Longrightarrow p = 4 \times 10^{-24}\ kg.m/s$$

$$\lambda = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{4 \times 10^{-24}} \Longrightarrow \lambda = 1.657 \times 10^{-10}\ m$$

$$\lambda = 1.66\ A°$$

ان هذه النتيجة تتفق بصورة جيدة مع طول موجة الالكترون الذي تم قياسه عملياً. لذا فان نتائج تجربة دافسون وجيرمر هي اثبات مباشر لفرضية دي برولي حول الصفة الموجية للجسيمات المتحركة.

سؤال:

برهن على ان الطول الموجي (λ) المرافق للإلكترون عندما يعجل خلال فرق جهد(V) يعطى بالعلاقة: $\lambda = \sqrt{\frac{150}{V}}\ A°$.

الحل:

$$K = eV = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

$$\because\ \lambda = \frac{h}{mv}$$

$$\therefore \lambda = \frac{h}{m\sqrt{\frac{2eV}{m}}}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{h^2}{2meV}} \Longrightarrow \lambda = \sqrt{\frac{(6.63 \times 10^{-34})^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 1.6 \times 10^{-19} \times V}}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{43.956 \times 10^{-68}}{29.12 \times 10^{-50}}} \Longrightarrow \lambda = \sqrt{\frac{1.5 \times 10^{-18}}{V}}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{150 \times 10^{-20}}{V}} = \sqrt{\frac{150}{V}} \times 10^{-10}\ m = \sqrt{\frac{150}{V}}\ A°$$

مبدأ عدم التحديد (مبدأ اللادقة) Uncertainty Principle

ان حقيقة الجسم المتحرك مجموعة موجات دي برولي بدلا من وحدة نقطية متمركزة وبالتالي هناك أخطاء في تحديد الصفات الجسيمة.

فعند قياس متغيرين في آن واحد يكون من الصعوبة جداً قياس كلاهما بدقة. اي إذا تم قياس احداهما بدقة فهناك خطأ (لا دقة) في قياس الاخر. الشكل ادناه يوضح مجموعة موجات دي-برولي حيث يمكن ان يكون الجسيم في اي مكان في حدود حيز مجموعة الموجات.

إذا كانت المجموعة ضيقة (الشكل a) فان موقع الجسيم يمكن تحديده بسهولة في حين لا يمكن هنا تحديد طوله الموجي.

اما إذا كان الطول الموجي كبير (الشكل b) يمكن تحيد طوله الموجي بسهولة الا ان موقعه يكون غير محدد.

b a

وعلى هذا الاساس قدم العالم هايز نبرك (Heisenberg) عام 1927 مبدأ عدم التحديد (اللادقة) والذي ينص على ان: **من المستحيل ان نقيس كل من موضع الجسم وزخمه بالضبط وفي نفس الوقت.**

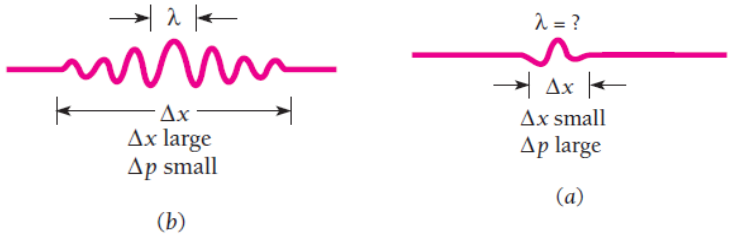
فاذا كانت اللادقة في تحديد موضع الجسم تساوي (Δx) و اللادقة في تحيد زخمه تساوي (Δp) . فان مبدأ اللادقة يعطى بالعلاقة التالية:

$$\Delta \mathbf{x}.\,\Delta \mathbf{p} \geq \frac{\boldsymbol{h}}{\mathbf{4\pi}}$$

وعادة نستخدم الكمية ($\hbar$) للتعبير عن مبدأ اللادقة حيث ان:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{2 \times 3.14}$$

$$\hbar = 1.055 \times 10^{-34}\ \mathrm{J.s}$$



من الشكل اعلاه نلاحظ:

1- ان اللادقة (Δx) تعني الخطأ في تحديد موضع الجسيم واللادقة (Δp) الخطأ في تحديد زخم الجسيم.
حيث كلما كانت (Δx) كبيرة تكون قيمة (Δp) صغيرة والعكس صحيح.

2- ان مقدار زخم الجسيم (p) يعطى بالعلاقة ($\Delta p = m\Delta v$)

اي ان اللادقة في زخم الجسيم (Δp):

$$\Delta p = m\Delta v$$

(Δv) اللادقة في انطلاق الجسيم.

3- ان اقل لا دقة لاحدي الكميتين (Δx) او (Δp) نحصل عليها عندما:

$$\Delta x.\Delta p = \frac{h}{4\pi} \Longrightarrow \Delta x.\Delta p = \frac{\hbar}{2}$$

4- يمكن ايجاد العلاقة بين الطاقة (K) والزخم (p) كالاتي:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Longrightarrow 2K = mv^2$$

$$2mK = m^2v^2 = P^2$$

$$\therefore P = \sqrt{2mK}$$

5- إذا كانت الطاقة (E) المنبعثة على شكل موجات كهرومغناطيسية خلال فترة زمنية (Δt) فان مبدأ اللادقة للطاقة (ΔE) واللادقة في الزمن (Δt) يعطى كالاتي:

$$\Delta \mathbf{E}.\,\Delta \mathbf{t} \geq \frac{\boldsymbol{h}}{\mathbf{4\pi}}$$

$$\Delta \mathbf{E}.\,\Delta \mathbf{t} \geq \frac{\hbar}{\mathbf{2}}$$

تطبيقات على مبدأ اللادقة

- ان ثابت بلانك صغير جداً ($\boldsymbol{h = 6.63 \times 10^{-34} J.s}$) حيث ان تأثير مبدأ عدم التحديد يكون مهماً فقط في عالم الذرات والجسيمات الأولية، وفي هذا العالم الدقيق هناك عدة ظواهر يمكن تفسيرها على أساس هذا المبدأ.

هل يمكن للإلكترون ان يوجد داخل النواة؟

ان نصف قطر نواة الذرة هو حوالي ($5 \times 10^{-15}\text{m}$) ولكي يكون الالكترون موجوداً داخل النواة فان الخطأ في موقعة (Δx) يجب ان لا يزيد عن (10^{-14}m). وعليه فان الخطأ في زخم الالكترون (Δp) هو:

$$\Delta x . \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta p \geq \frac{1.054 \times 10^{-34}}{2 \times (5 \times 10^{-14})}$$

$$\Delta p = 1.1 \times 10^{-20}\ \text{kg.m/s}$$

ان زخم الالكترون (p) يجب ان يساوي في الاقل هذا المقدار. وعندما يكون زخم الالكترون بهذا المقدار فان طاقته الحركية (K) تكون أكبر بكثير من طاقته السكونية ($m_o c^2$) وعليه:

$$K = mc^2 - m_o c^2$$

$$K \cong mc^2$$

$$K = mc \times c \implies K = pc$$

$$K = 1.1 \times 10^{-20} \times 3 \times 10^{8}$$

$$K = 3.3 \times 10^{-12}\ \text{J}$$

$$K = \frac{3.3 \times 10^{-12}}{1.6 \times 10^{-19}} = 2 \times 10^{7}\ eV$$

$$K = 20 \times 10^{6}\ eV = 20\ MeV$$

ان هذا يعني لكي يتواجد الالكترون داخل النواة يجب ان تكون طاقته الحركية بحدود (20 MeV). ولكن وجد عملياً بان الالكترونات المنبعثة من نوى غير مستقرة تكون طاقتها اقل بكثير من هذه القيمة. من هذا نستنتج ان الالكترون لا يمكن ان يوجد داخل النواة.

ما الطاقة اللازمة للإلكترون لكي يكون في الذرة؟

ان نصف قطرة ذرة الهيدروجين يساوي $(5.3 \times 10^{-11}m)$ والخطأ في تحديد موقع الالكترون يجب ان لا يتجاوز هذا المقدار وعليه فان الخطأ في مقدار الزخم:

$$\Delta p.\Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta p \geq \frac{1.055 \times 10^{-34}}{2 \times 5.3 \times 10^{-11}} \Longrightarrow \Delta p \geq 9.9 \times 10^{-25}\ kg.m/s$$

ان الالكترون الذي زخمه هذا المقدار يتصرف وكأنه جسيم كلاسيكي لذا فان طاقته الحركية:

$$K = \frac{p^2}{2m} \geq \frac{(9.9 \times 10^{-25})^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31}} \geq 5.4 \times 10^{-19}\ J$$

$$\therefore K \geq 3.37\ eV$$

هذه الطاقة الحركية للإلكترون والتي تكون اقل من مستوى الطاقة لذرة الهيدروجين والبالغة (13.6 eV).

- في بعض الأحيان نرغب في قياس الطاقة E المنبعثة خلال الفترة الزمنية نتيجة لعملية ذرية معينة فاذا كانت الطاقة تنبعث على شكل موجات كهرومغناطيسية فان تحديد الفترة الزمنية سيؤثر على دقة قياس تردد الموجة ν.

$$\Delta\nu \geq \frac{1}{\Delta t}$$

$$\Delta E = h\Delta\nu$$

$$\Delta E \geq \frac{h}{\Delta t}$$

$$\Delta E\ \Delta t\ \geq h$$

ان الحساب الأكثر دقة في اللادقة بالطاقة والزمن يعطى بالعلاقة التالية:

$$\Delta E\ \Delta t\ \geq \frac{\hbar}{2}$$

- كما هو معلوم فان الذرة المتهيجة تفقد طاقتها عن طريق انبعاثها على شكل فوتونات. حيث وجد ان الفترة الزمنية المستغرقة بين التهيج وانبعاث الفوتون يقدر بحوالي (10^{-8} s). اوجد عدم الدقة في مقدار تردد هذا الفوتون.

الجواب:

معدل اللادقة في طاقة الفوتون

$$\Delta \mathrm{E} = \frac{\hbar}{2\Delta \mathrm{t}} \geq \frac{1.054 \times 10^{-34}}{2 \times 1 \times 10^{-8}} \geq 5.3 \times 10^{-27}\ \mathrm{J}$$

بالاعتماد على اللادقة في تردد الضوء

$$\Delta \nu = \frac{\Delta \mathrm{E}}{h} \geq 8 \times 10^{6}\ \mathrm{Hz}$$

هذا الخطأ يمثل الحد الأدنى للخطأ في قياس تردد الفوتون المنبعث من الذرة.

الفصل الخامس

التركيب الذري

Atomic structure

مقدمة

ان كل ذرة تتكون من نواة صغيرة تتألف من بروتونات ونيترونات وعلى مسافة منها هناك عدد من الالكترونات.

وحسب النظرية الكلاسيكية فان الكتروناً يسير بحركة دائرية يبث باستمرار طاقة كهرومغناطيسية وبذلك يكون المدار غير مستقر ولحل لغز الذرة اقترح العالم نايل بور عام 1913 فكرة كمية لدراسة التركيب الذري، وحصل بور على صورة للذرة التي هي مع عدم كمالها وابدالها بنظرية كمية اكثر دقة وفائدة، تشكل لحد الان صورة جيدة تساعدنا على فهم بعض صفات الذرات.

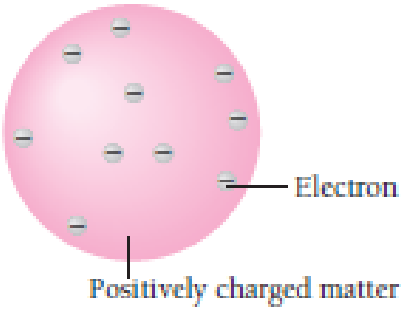
النماذج الذرية Atomic Models

في بداية القرن العشرين ثبت وبشكل قاطع بان الذرة ليست أصغر وحدة في المادة وغير قابلة للتجزئة حيث تم اكتشاف الالكترون من قبل العالم ثومسن ومن خلال التجارب التي اجراها الباحثون بما يتعلق بالتركيب الذري قد تم استنتاج ما يلي:

1- تحتوي الذرة المتعادلة كهربائياً على (Z) من الالكترونات السالبة الشحنة اي على شحنة سالبة مقدارها (Z). ولذا يجب ان تحتوي الذرة على شحنة موجبة مساوية لها في المقدار.
2- ان كتلة الالكترون صغيرة بحيث يمكن اهمالها بالنسبة لكتلة أخف ذرة. مما يدل على ان معظم كتلة الذرة ناتجة عن كتلة الجسيمات التي تحمل الشحنة الموجبة (النواة).

ونتيجة لذلك افترضت عدة نماذج حول ترتيب الشحنات السالبة والموجبة داخل الذرة.

اولاً: نموذج ثومسن للذرة Thomson Model

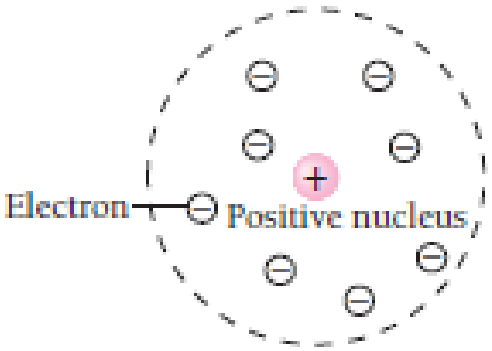


عام 1898 اعتبر ان الذرات هي اجسام كروية منتظمة تحمل شحنات موجبة وان الالكترونات مرصعة بداخلها لجعل الذرة متعادلة كهربائياً.
ان هذا النموذج لم يدم طويلاً وذلك بسبب:

1- فشله في الحصول على ذرة مستقرة.
2- لم يستطع هذا النموذج من تفسير الطيف في الذرة.
3- فشله في تفسير نتائج استطارة الفا (تشتت الفا).

ثانياً: نموذج رذرفورد للذرة Rutherford Model

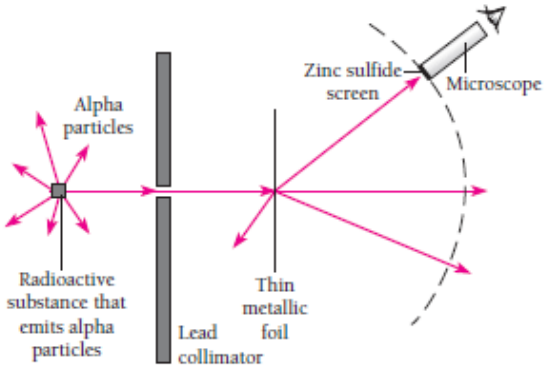
توصل العالم رذرفورد عام 1911 الى نموذج للذرة على ضوء نتائج التجارب التي قام بها العالمان كايكر ومارسدن في استطارة جسيمات الفا اثناء مرورها خلال رقائق معدنية حيث لاحظ ان جزءاً من جسيمات الفا الساقطة على الرقائق تستطار بزاوية أكبر من (90°) اي انها ترتد الى نفس الجانب الذي تسقط الاشعة منه. وبناءً على ذلك افترض رذرفورد وجود مجال كهربائي قوي داخل الذرة وان كل جسيم من الفا ينحرف عن اتجاهه بتأثير مجال ذرة واحدة وافترض ايضاً ان المجال القوي ناشئ من كون جميع شحنة الذرة الموجبة وكتلتها متجمعة في حجم صغير جداً من الذرة سماه بالنواة (Nucleus) وان الالكترونات تحتل الحيز الموجود خارج النواة.



تجربة رذرفورد

تمتلك الالكترونات شحنات سالبة، ولكن الذرات ككل متعادلة كهربائياً ولذا يجب ان تحتوي كل ذرة كمية كافية من الشحنات الموجبة لتعادل الشحنات السالبة للإلكترونات. ان الالكترونات أخف الاف المرات من الذرة ككل وهذا يعني ان المكونات الموجبة للذرات تكون تقريباً مسؤولة كليا عن كتلة الذرات، اقترح ثومسن عام 1898 على ان الذرات هي اجسام كروية منتظمة تحمل شحنات موجبة مرصعة بالإلكترونات السالبة وفي الحقيقة ان الدراسات التجريبية اوضحت خطأ هذا الانموذج.

ان الطريقة المباشرة لدراسة التركيب الداخلي لنموذج ثومسن هي دراسة التفاعل مع جسيمات اخرى دقيقة مشحونة حيث قام كل من كايكر ومارسدن وتحت اشراف العالم ارنيست رذرفورد عام 1911 بتجربة تستخدم بها جسيمات الفا (alpha particles) المنبعثة من العناصر المشعة كأداة فاحصة لتركيب الذرة, جسيمات الفا هي ذرات الهليوم التي فقدت الكترونين وبالتالي اصبحت مشحونة بشحنة $(+2e)$, لقد وضعا كايكر ومارسدن مصدراً لجسيمات الفا خلف حاجز من الرصاص فيه فتحة صغيرة سلطت هذه الحزمة على طبقة رقيقة من الذهب وكانت هناك شاشة مطلية بمادة كبريتات الزنك في الجهة الثانية من الهدف تبعث ومضة ضوئية كلما سقطت عليها جسيمة الفا.



من المتوقع وحسب نموذج ثومسن فان معظم جسيمات الفا تخترق الصفيحة الذهبية بدون انحراف، ولكن هناك جزءاً قليلاً منها يعاني الانحراف وهذه الصفة تنتج من كون ان الشحنات الموجبة والسالبة في ذرة ثومسون منتشرة بصورة متجانسة تقريباً في جميع حيز الذرة وينتج مجال كهربائي ضعيف جداً الذي لا يستطيع ان يحدث تغيراً كبيراً في زخم جسيمات الفا وعليه فان جسيمات الفا لا تنحرف كثيراً عن مسلكها الاصلي.

ان النتيجة التي حصل عليها كايكر ومارسدن هي ان معظم جسيمات الفا قد استمرت بدون انحراف ولكن هناك عدداً من الجسيمات عانت انحرافاً كبيراً بصورة غير متوقعة والحقيقة هو ان بعض الجسيمات ارتدت بالاتجاه المعاكس بالنسبة للاتجاه الاصلي ولما كانت جسيمات الفا ثقيلة نسبياً وان الجسيمات المستخدمة سريعة جداً فلابد من ان هناك قوة كبيرة جداً تؤثر على قسم من جسيمات الفا لتسبب الانحرافات الكبيرة وعليه تصور رذرفورد ان الذرة مكونة من نواة صغيرة جداً موجبة الشحنة كتلتها تساوي تقريباً كتلة الذرة الكلية في حين تكون الالكترونات على مسافات بعيدة وعليه فانه لا تعاني معظم جسيمات الفا انحرافاً عند اختراقها لصفيحة الذهب فعندما تقترب جسيمة الفا من نواة الذرة تعاني مجالاً كهربائياً شديداً جداً يسبب انحرافاً كبيراً للجسيمة عن مسارها الاصلي وبما ان الكترونات الذرة خفيفة جداً فأنها لا تؤثر على مسار جسيمات الفا الساقطة.

لو افترضنا ان الشحنة الموجبة في ذرة الذهب في نموذج ثومسون منشرة بصورة متجانسة في جميع حيز الذرة، واهملنا تأثيرات الالكترونات السالبة لوجدنا ان اقصى قيمة لشدة المجال الكهربائي في هذه الذرة حوالي $10^{13}\ V/m$ ولو ودرسنا شدة المجال الكهربائي على سطح نواة ذرة الذهب لرذرفورد لوجدناه يزيد على $10^{21}\ V/m$ أي هو اكبر بحوالي 10^{8} مرة من شدة المجال الكهربائي في نموذج ثومسون، ان هذا المجال الكهربائي الشديد يستطيع ان يولد انحرافا كبيرا في مسار جسيمات الفا السريعة التي تقترب من نواة الذرة، في حين ان المجال الكهربائي الضعيف في ذرة ثومسون لا يستطيع ان يولد مثل هذه الانحرافات.

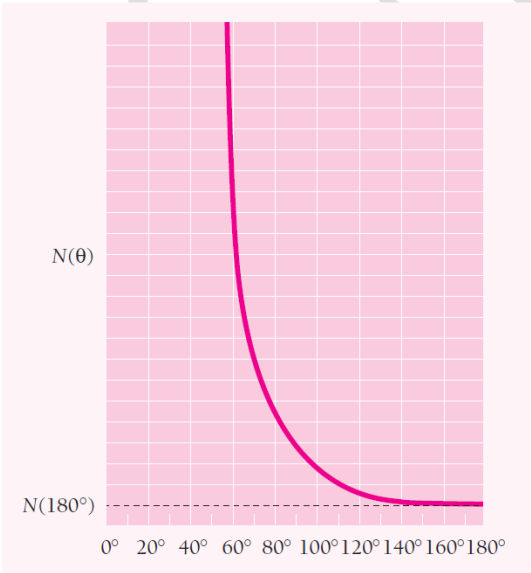
معادلة تشتت رذرفورد

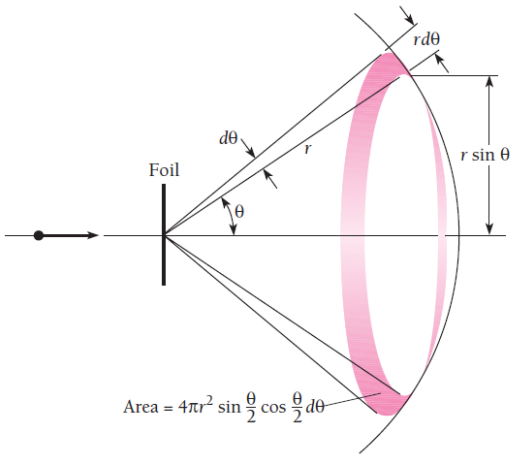
استنتج راذرفورد معادلة لحساب تشتت جسيمات الفا بواسطة صفيحة رقيقة على أساس النموذج الذري الذي اقترحه حيث أظهرت هذه المعادلة تطابقا جيدا مع النتائج العملية حيث اعتمد باشتقاقها على عاملين:

1- تطبيق قوانين الفيزياء الأساسية.
2- ادخال فكرة جديدة لمساحة مقطع التفاعل interaction cross section التي هي ذات فائدة مهمة في الفيزياء الحديثة.

وافترض رذرفورد:

1- ان جسيمة الفا ونواة الذهب صغيرة جداً بحيث يمكن اعتبارهما جسيمات ذات كتل وشحنات نقطية وبالتالي فان قوة التنافر الالكتروستاتيكية بين النواة وجسيمة الفا ذاتا شحنة موجبة وهي القوة الوحيدة المؤثرة بين الجسيمين.
2- كتلة النواة أكبر من كتلة جسيمة الفا بحيث ان النواة تبقى ساكنة خلال عملية التصادم المرن.





وبناءً على ما سبق استطاع رذرفورد وضع معادلته الخاصة لتشتت جسيمات الفا وهي:

$$N(\theta) = \frac{N_i n t Z^2 e^4}{(8\pi\varepsilon_o)^2 r^2 K E^2 sin^4(\theta/2)}$$

$\boldsymbol{N(\theta)}$: عدد جسيمات الفا المتشتتة لوحدة المساحة من الشاشة المتفلورة عند الزاوية (θ).

$\boldsymbol{N_i}$: عدد جسيمات الفا الواصلة الى الشاشة.

$\boldsymbol{n}$: عدد الذرات لوحدة الحجم في الصفيحة.

$\boldsymbol{t}$: سمك الصفيحة.

$\boldsymbol{Z}$: عدد الذري.

$\boldsymbol{r}$: البعد بين الصفيحة والشاشة.

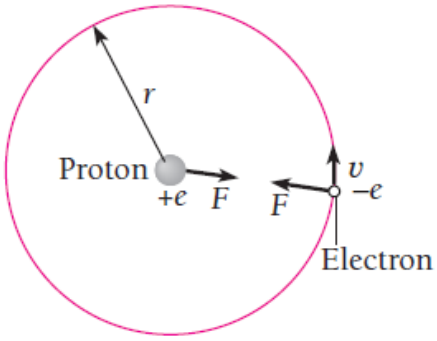
$\boldsymbol{KE}$: الطاقة الحركية لجسيمات الفا.

هذه الاستنتاجات تتفق مع قياسات كايكر ومارسيدن وبذلك اثبتت صحة فرضية رذرفورد بان الذرات تتكون من نوى موجبة متمركزة تحيط بها سحابة من الشحنات السالبة البعيدة نسبيا.

المدارات الالكترونية Electron Orbits

لقد ذكرنا وحسب نموذج رذرفورد بان الذرة تتكون من نواة ثقيلة موجبة متمركزة في حيز صغير جداً في مركز الذرة وتحيط بها الالكترونات على مسافة كبيرة نسبياً وتتحرك لتحافظ على توزيعها بوجود القوة الالكتروستاتيكية (قوة كولوم) التي تجذبها النواة.

دعونا ندرس الحالة الكلاسيكية لذرة الهيدروجين هذه الذرة هي ابسط الذرات لكونها تحتوي على الكترون واحد وللسهولة نفرض ان مدار الالكترون دائري كحالة خاصة للمدار الاهليجي.



ان قوة التجاذب الكهربائية (F_e) بين الالكترون السالب والنواة الموجبة تكون بمثابة القوة المركزية (F_c) التي تجعل الالكترون يدور بالحركة الدائرية وللحصول على مدار مستقر يجب ان يكون:

$$F_c = F_e$$

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{e^2}{r^2}$$

ولذلك تعتمد سرعة الالكترون على نصف قطر المدار وحسب العلاقة:

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\varepsilon_o mr}} \Rightarrow v \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$$

الطاقة الكلية (E) للالكترون في ذرة الهيدروجين هي مجموع الطاقة الحركية:

$$T = \frac{1}{2}mv^2$$

والطاقة الكامنة:

$$V = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o r}$$

الاشارة السالبة تعني ان القوة المسلطة على الالكترون هي باتجاه $(-r)$ ولذا:

$$\therefore E = T + V$$

$$= \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_o r}$$

وبالتعويض عن (v) نجد ان:

$$E = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_o r} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_o r}$$

$$= -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_o r} \dots\dots (1)$$

وهذه المعادلة توضح ان الطاقة الكلية للإلكترون في الذرة هي سالبة. وهذه النتيجة ضرورية لكي يبقى الالكترون مرتبطاً بالذرة ولو كانت الطاقة الكلية أكبر من الصفر لامتلك الالكترون طاقة كافية لينفصل كلياً عن تأثير مجال النواة.

تشير التجارب العملية انه علينا ان نوفر طاقة مقدارها $(13.6\ eV)$ لفصل الالكترون عن البروتون في ذرة الهيدروجين اي ان طاقة الترابط (Binding Energy) لذرة الهيدروجين هي $(-13.6\ eV)$. وعليه ان نصف قطر مدار الالكترون في ذرة الهيدروجين من المعادلة (1) يساوي:

$$r = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_o E}$$

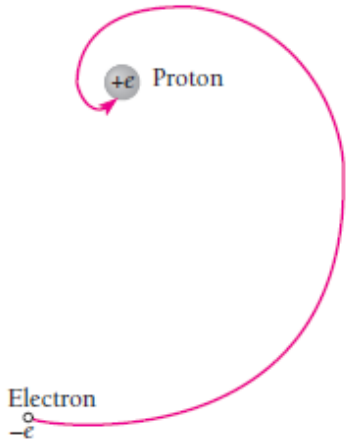
$$r = -\frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{8\pi \times 8.85 \times 10^{-12} \times (-13.6 \times 1.6 \times 10^{-19})}$$

$$r = 5.3 \times 10^{-11} m$$

ملاحظة:

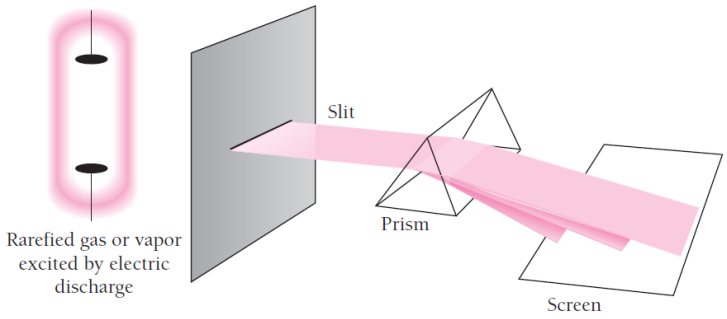
ان التحليلات السابقة هي تطبيقات مباشرة لقوانين نيوتن في الحركة وقانون كولوم في الكهربائية اللذين يشكلان دعائم الفيزياء الكلاسيكية. هذه التحليلات تتفق مع الملاحظات العملية بان الذرة هي هيكل مستقر.

ان للنظرية الكلاسيكية (الكهرومغناطيسية) قد فشلت في تفسير مفهوم الذرة المستقرة لأنه وحسب هذه النظرية كل جسيم يتحرك بتعجيل سوف يفقد طاقته باستمرار وهذا يعني ان الالكترون يفقد طاقته مما يجعله ان يتخذ مساراً محلزناً مقترباً من النواة. وبما ان الذرة تفقد طاقة باستمرار فان طيف الذرة حسب النظرية الكهرومغناطيسية هو طيف مستمر في حين اثبتت التجارب ان طيف الذرة هو طيف خطي.



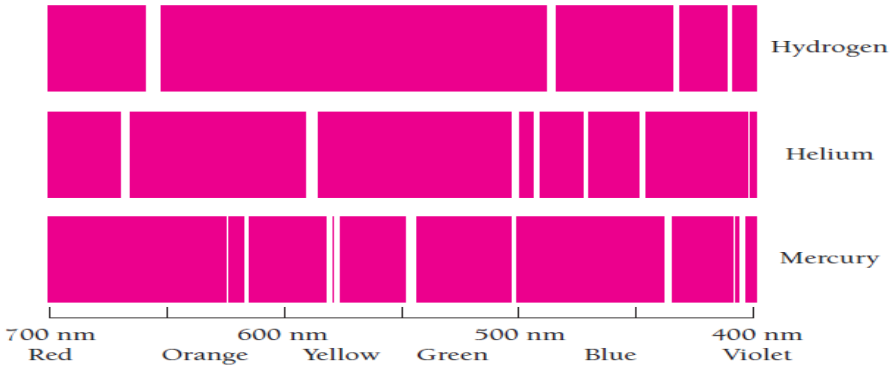
الاطياف الذرية Atomic Spectra

ان الاجسام الصلبة الساخنة تبعث اشعاعات بطول موجي مستمر، ولكن بِشدات متباينة وان اشعاع جسم صلب هو نتيجة تفاعل جميع ذراته بعضها مع بعض وليس من الذرات المنفردة.

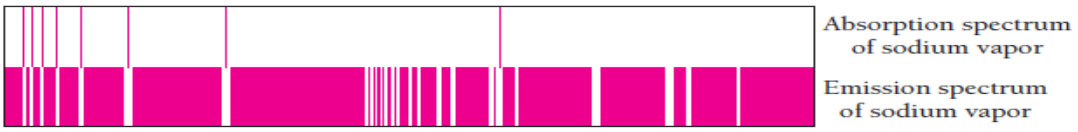


الطيف المستمر (Continuous emission spectra) هو طيف يحتوي لمدى واسع من الاطوال الموجية نحصل عليه من الاجسام الصلبة والسوائل والغازات المتهيجة تحت ضغط كبير جداً.

- عند تهييج ذرات غاز او بخار تحت ضغط مخلخل بإمرار تيار كهربائي خلاله نجد ان طيف الاشعاعات المنبعثة تحتوي سلسلة من الخطوط المنفصلة عند اطوال موجية معينة وان هذا النوع من الطيف يدعى بطيف الانبعاث الخطي (emission line spectra) اي ان كل عنصر في حالة غازية او بخارية متهيجة يظهر خطوط طيف انبعاث متميز لذلك فان علم تحليل الاطياف هو وسيلة مهمة في تحديد مكونات المواد.



- ان الطيف المنبعث من جزيئات غاز او بخار يظهر على شكل حزم Bands وهذه تتكون من خطوط منفصلة كثيرة متجاورة وهذه الحزم تنشا من الحركة الدورانية والاهتزازية للذرات المتهيجة داخل الجزيئات.
- عند امرار ضوء ابيض خلال مادة غازية فان الضوء الخارج يظهر خطوطاً سوداء عند نفس خطوط طيف تلك المادة وان هذا النوع من الطيف يدعى بطيف خطوط الامتصـــــــــــاص (Absorption line spectra) الناشئ والذي يتكون من خلفية مضيئة تتخللها خطوط تمثل الموجات المفقودة من الضوء الداخل في حين يتألف طيف خطوط الانبعاث من خلفية سوداء تتخللها خطوط مضيئة.

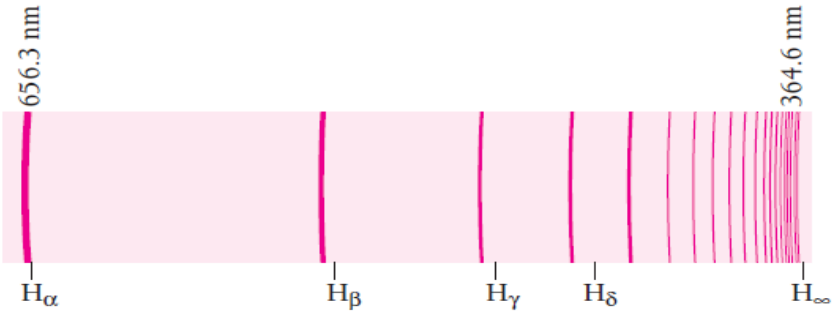


- عند مرور ضوء طيفه مستمر خلال مادة غازية جزيئية التركيب (غاز Co_2) غير متهيج فان الطيف الناتج يسمى بطيف الامتصاص الحزمي.

ان طيف الشمس هو طيف مستمر تتخلله خطوط سوداء (خطوط فرانهوفر) اي ان طيف الشمس هو طيف خطي وان سبب وجود هذه الخطوط هو نتيجة امتصاص اطوال موجية معينة بواسطة الذرات المحيطة بالشمس.

لقد اكتشفت في نهاية القرن التاسع عشر ان الاطوال الموجية في اطياف الذرات تنتظم بسلاسل محددة تسمى بسلاسل الاطياف (Spectral series) وتتحدد الاطوال الموجية لكل سلســـــة بعلاقة تجريبية (Empirical formula) بسيطة.

❖ وكانت اول سلسلة طيف قد اكتشفت من قبل العالم بالمر في عام 1885 عند دراسته للطيف المرئي لذرة الهيدروجين والشكل التالي يوضح سلسلة **بالمر** (Balmer series) ويرمز للخط الاول ذي الطول الموجي (656.3 nm) بـ (H_α) والخط التالـــــي (486.3 nm) بـ (H_β) ....الخ , وكلما قصر الطول الموجي لغاية نهاية السلسلة عـــــن (364.6 nm) تتقارب الخطوط فيما بينها وقلت شدتها وبعد نهاية السلسة لا توجد خطوط طيف منفصلة بل هناك طيف مستمر ذو شدة واطئة.



ان قانون بالمر للأطوال الموجية لهذه السلسلة هو:

$$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2})$$

حيث ان (n) العدد الكمي للمدار (Quantum number) $(n = 3,4,5, \dots .)$

(R) ثابت ريدبيرك (Rydberg constant)

$$\mathrm{R} = 1.097 \times 10^7\ m^{-1}$$

$$or:\ \ R = 1.097 \times 10^{-3} A^{-1}$$

عندما تكون $(n = 3)$ نحصل على الخط (H_α) في حين عندما $(n = 4)$ نحصل على الخط (H_β) وهكذا.

ان نهاية السلسلة تتمثل بـ $(n = \infty)$ ولذلك تقع هذه النهاية عند طول موجي $(\lambda = \frac{4}{R})$ وهذه القيمة تتفق مع القيمة المشاهدة عملياً.

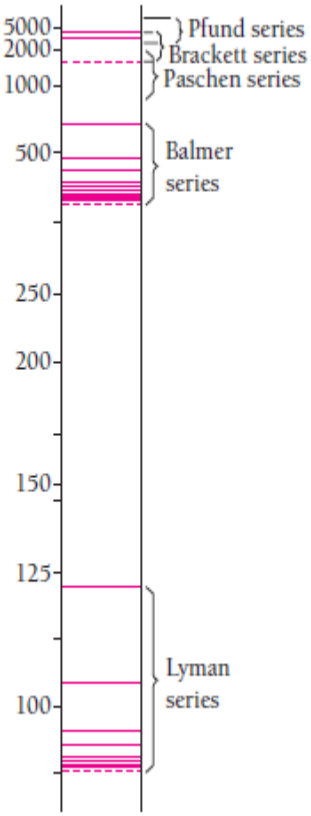
$$\lambda_\infty = \frac{4}{1.097 \times 10^{-3}} \Longrightarrow \lambda_\infty = 3646\ A° \equiv 364.6\ nm$$

وتتضمن سلسلة بالمر الاطوال الموجية في الجزء المرئي فقط من طيف ذرة الهيدروجين.

❖ تقع خطوط طيف الهيدروجين في منطقة الاشعة فوق البنفسجية (ultraviolet)ضمن سلسلة **لايمان** (Lyman series) والتي تتحدد بالعلاقة:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 2,3, \dots \dots$$

اما منطقة الاشعة تحت الحمراء (infrared) تقع ضمن ثلاث سلاسل والتي تتحدد بالعلاقات التالية:



❖ سلسلة **باشن**:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 4,5,6, \dots \dots$$

❖ سلسلة **براكيت**:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 5,6,7, \dots \dots$$

❖ سلسلة **بفوند**:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 6,7,8, \dots \dots$$

نموذج بورة للذرة (ذرة بور) Bohr Atom

استطاع العالم الدنماركي بور ان يقدم نظريته في تفسير مفهوم الذرة المستقرة وتفسير الطيف الخطي لذرة الهيدروجين معتمداً على النظرية الكمية لبلانك ونظرية الفوتونات لأينشتاين ونموذج رذرفورد للذرة ويمكن تلخيص نموذج بور لذرة الهيدروجين بما يلي:

1- يوجد حول النواة مستويات محددة من الطاقة تسمى بالمدارات وان الالكترونات تدور حول النواة في هذه المدارات دون ان تشع طاقة.
2- ان الزخم الزاوي للإلكترون الذي يتحرك في هذه المدارات يساوي مضاعفات صحيحة من الكمية $(\hbar = \frac{h}{2\pi})$ اي ان:

$$L = mvr \implies mvr = n\frac{h}{2\pi}$$

$$\frac{h}{\lambda}\, r = n\frac{h}{2\pi} \implies$$

$$\boldsymbol{n\lambda = 2\pi r}$$

فالعلاقة اعلاه هي شرط الحصول على مدار مستقر اي ان مدار الالكترون حول النواة يساوي مضاعفات صحيحة من الاطوال الموجية.

3- ان امتصاص وانبعاث الطاقة ليس مستمراً، بل هو محدد على شكل كمات من الطاقة تسمى بالفوتونات وان طاقة الفوتون تساوي $(E = hv)$ حيث ان (h) هو ثابت بلانك، (v) هو تردد الفوتون المنبعث.
4- لا يشع الالكترون طاقة عند دورانه في المدار حول النواة، ولكن يشع كمية محددة من الطاقة عندما ينتقل من مستوى طاقة عالي الى مستوى طاقة اوطأ وان كمية الطاقة التي يشعها الالكترون تساوي الفرق بين طاقة المستويين.

وكما ذكرنا سابقاً ان قوانين الفيزياء الكلاسيكية لا تتفق مع وجود ذرة مستقرة وذلك لان دوران الالكترون حول النواة يؤدي الى اشعاع مستمر للطاقة الكهرومغناطيسية وهذا يؤدي ان الالكترون يهبط تدريجياً الى النواة

ويؤدي بالتالي الى عدم استقرار الذرة، ولكن بور اثبت عكس ذلك. ولفهم ذلك نستعين بالنظرية الكمية لدراسة التركيب الذري.

لفحص الحركة الموجية للإلكترون في مداره حول نواة ذرة الهيدروجين فان طول موجة دي-برولي لإلكترون ذرة الهيدروجين:

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\varepsilon_o mr}}$$

$$\lambda = \frac{h}{m}\frac{\sqrt{4\pi\varepsilon_o mr}}{e}$$

$$\lambda = \frac{h}{e}\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_o r}{m}}$$

بالتعويض عن $(r = 5.3 \times 10^{-11}m)$ نجد ان طول موجة الالكترون تساوي:

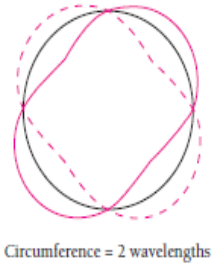
$$\lambda = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{1.6 \times 10^{-19}}\sqrt{\frac{4\pi \times 8.85 \times 10^{-12} \times 5.3 \times 10^{-11}}{9.1 \times 10^{-31}}}$$

$$\lambda = 33 \times 10^{-11}m$$

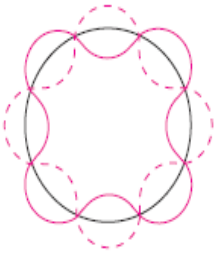
ان الطول الموجي يساوي تماماً محيط مدار الالكترون:

$$2\pi r = 2 \times 3.14 \times 5.3 \times 10^{-11} \approx 33 \times 10^{-11}m$$

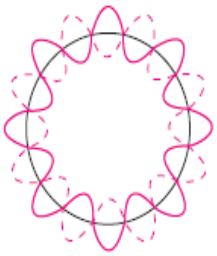
لذا فمدار الالكترون في ذرة الهيدروجين يمثل موجة كاملة متصلة مع نفسها.



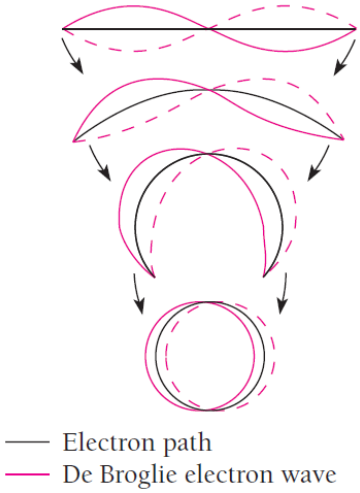
Circumference = 2 wavelengths



Circumference = 4 wavelengths



Circumference = 8 wavelengths



لنتصور موجة في سلك دائري ولكي تتصل الموجة مع نفسها بصورة مستمرة حول الدائرة. يجب ان يكون هناك دائماً عدد كامل من الاطوال الموجية تقسم محيط الدائرة وإذا لم يكن هناك فقدان في الطاقة سوف تستمر الموجة لوقت غير محدود. في حين لو كان هناك عدد غير كامل من الاطوال الموجية حول الدائرة فسيحدث تداخل اتلاف للموجة نفسها وبالتالي يخفت الاهتزاز بسرعة.

لذا يمكن ان نفترض بان الالكترون يدور حول النواة بصورة مستمرة من دون ان يشع طاقة طالما كان مداره يحتوي على اعداد صحيحة (n) من الاطوال الموجية وبما ان شرط استقرار المدار:

$$n\lambda = 2\pi r_n \qquad n = 1,2,3, \ldots..$$

حيث ان (r_n) يمثل نصف قطر المدار.

(n) العدد الكمي للمدار (quantum number)

ولحساب قيمة (r_n): نرجع الى المعادلة:

$$n\lambda = 2\pi r_n$$

$$n\frac{h}{e}\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_o r_n}{m}} = 2\pi r_n$$

بالتربيع نحصل على:

$$r_n = \frac{n^2 h^2 \varepsilon_o}{\pi m e^2}$$

ان نصف قطر أدني مدار ($n = 1$) يدعى **<u>بنصف قطر بور لذرة الهيدروجين</u>** ويرمز لـــــــه (Bohr radius)(a_o)

$$a_o = \frac{h^2 \varepsilon_o}{\pi m e^2}$$

$$a_o = \frac{(6.63 \times 10^{-34})^2 \times 8.85 \times 10^{-12}}{3.14 \times 9.1 \times 10^{-31} \times (1.6 \times 10^{-19})^2}$$

$$a_o = 5.3 \times 10^{-11} m \Longrightarrow a_o = 0.53\ A^o$$

ان <u>انصاف اقطار المدارات الاخرى</u> تكون:

$$r_n = n^2 a_o$$

وعليه فان المسافات بين المدارات المتجاورة تزداد بزيادة العدد الكمي للمدار.

مستويات الطاقة والاطياف Energy Levels Spectra

ان مدارات الالكترون المختلفة تتضمن طاقات مختلفة وطاقة الالكترون (E_n) تتحدد بنصف قطر المدار (r_n):

$$E_n = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_o r_n}$$

وبالتعويض عن (r_n) نجد:

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_o^2 h^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 1,2,3, \dots \dots$$

ان الطاقات في المعادلة الاخيرة تمثل بمستويات الطاقة لذرة الهيدروجين وهذه المستويات موضحة في الجدول التالي:

state	Quantum number(n)	Energy (J)	Energy (eV)
Ground state	1	-21.76×10^{-19}	-13.6
Excited state	2	-5.43×10^{-19}	-3.4
	3	-2.42×10^{-19}	-1.51
	4	-1.36×10^{-19}	-0.85
	5	-0.87×10^{-19}	-0.54
Free electron	∞	0	0

ان جميع طاقات هذه المستويات سالبة (إذا كانت الطاقة موجبة لنظام الكترون نواة فسوف يكون فيها الالكترون غير مرتبط بالنواة وعندها ليس هناك شرط كمي لازم تحقيقه فهذا النظام لا يكوّن ذرة)، لذلك لا يمتلك الالكترون طاقة كافية تجعله يهرب من الذرة. ان أدني مستوى طاقة يدعى بالمستوى الارضي (ground state) للذرة في حين يدعى (E_2, E_3, E_4) بالمستويات المتهيجة (excited state).

وبزيادة العدد الكمي (n) تقترب الطاقة (E_n) تدرجياً الى الصفر وعن $(n = \infty)$ تكون $(E_n = 0)$ وبذلك لا يكون الالكترون مرتبطاً بالنواة لتكوين الذرة.

ووفق نظرية بور يمكن تفسير الطيف الخطي لذرة الهيدروجين باعتبار الى ان مستويات الطاقة المنفصلة لذرة الهيدروجين يشير الى تكوين الاطياف الخطية إذا سقط الكترون من مستوى متهيج عالٍ (n_i) الى مستوى اوطأ (n_f) فان الطاقة المفقودة تنبعث على شكل فوتون واحد إذا كان العدد الكمي للمستوى الابتدائي ذي الطاقة العليا هو (n_i) والعدد الكمي للمستوى النهائي ذي الطاقة الدنيا (n_f) فان:

$$\text{initial energy} - \text{final enegy} = \text{photon energy}$$

$$E_i - E_f = h\nu$$

$$E_i = -\frac{me^4}{8\varepsilon_o^2 h^2}\left(\frac{1}{n_i^2}\right) \; ; \; E_f = -\frac{me^4}{8\varepsilon_o^2 h^2}\left(\frac{1}{n_f^2}\right)$$

$$E_i - E_f = \frac{me^4}{8\varepsilon_o^2 h^2}\left[\left(-\frac{1}{n_i^2}\right) - \left(-\frac{1}{n_f^2}\right)\right]$$

$$h\nu = \frac{me^4}{8\varepsilon_o^2 h^2}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

وبذلك يكون تردد الفوتون المنبعث نتيجة لذلك الانتقال هو:

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h} \Longrightarrow \nu = \frac{me^4}{8\varepsilon_o^2 h^3}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) = -\frac{E_1}{h}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \quad ; E_1 = -13.6 \; eV$$

من هذه المعادلة نستطيع ان نجد العدد الموجي (λ) عدد الموجات لوحدة الطول للفوتون المنبعث حيث ان:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \Longrightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}$$

$$\therefore \frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_o^2 ch^3}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) = -\frac{E_1}{ch}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \; ; \; E_1 = -13.6 \; eV$$

من المعادلة اعلاه نجد ان الطيف المنبعث من ذرة الهيدروجين المتهيجة يتضمن اطوال موجية معينة فقط، اضافة الى ذلك فان هذه الاطوال الموجية تقع ضمن سلاسل معينة كل من هذه السلاسل تتحدد بالعدد الكمي النهائي (n_f) . وبما ان العدد الكمي الابتدائي النهائي (n_i) وذلك لكي تتولد طاقة فائضة نتيجة الانتقال تنبعث على شكل فوتون نجد ان المعادلات لسلاسل الطيف الخمس الاولى هي:

سلسلة لايمان	$n_f = 1$	$\frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_o^2 ch^3}\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$	$n = 2,3$
سلسلة بالمر	$n_f = 2$	$\frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_o^2 ch^3}(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_i^2})$	$n = 3,4,5$
سلسلة باشن	$n_f = 3$	$\frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_o^2 ch^3}(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n_i^2})$	$n = 4,5,6$
سلسلة براكت	$n_f = 4$	$\frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_o^2 ch^3}(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n_i^2})$	$n = 5,6,7$
سلسلة بفوند	$n_f = 5$	$\frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_o^2 ch^3}(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n_i^2})$	$n = 6,7,8$

هذه السلاسل تتفق مع السلاسل المشاهدة تجريباً التي ناقشناها سابقاً حيث ان:

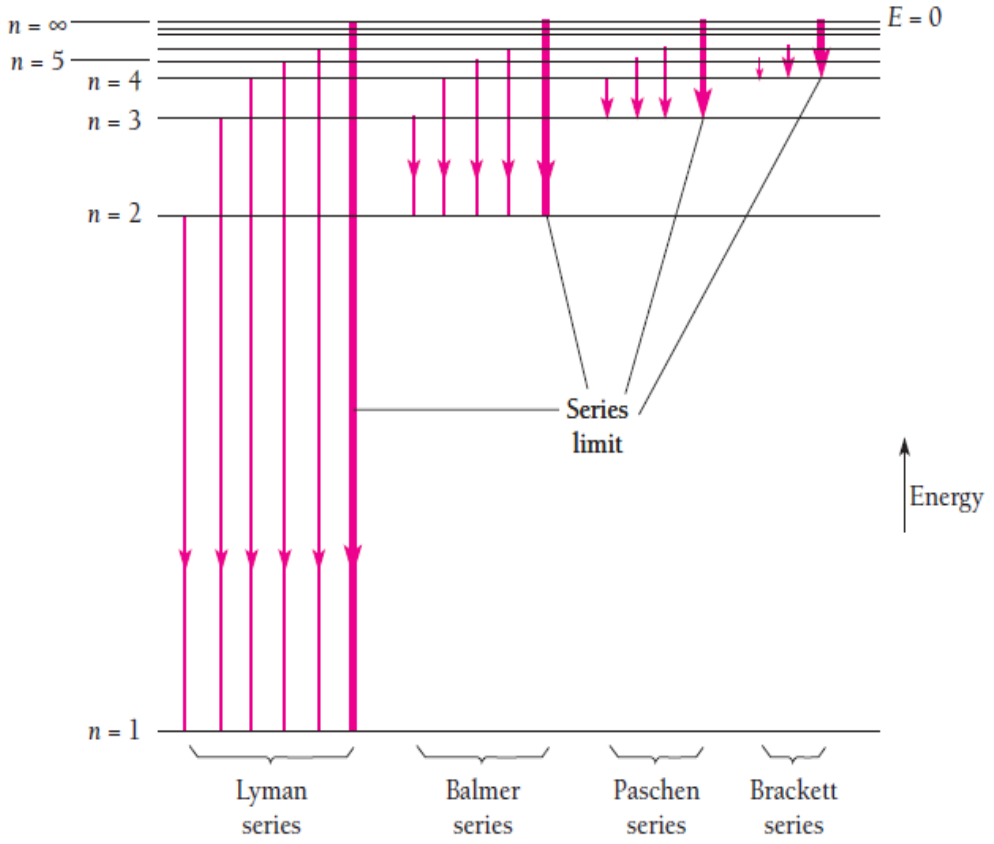
سلسلة لايمان تنتج من $n_f = 1$

سلسلة بالمر تنتج من $n_f = 2$

سلسلة باشن تنتج من $n_f = 3$

سلسلة براكت تنتج من $n_f = 4$

سلسلة بفوند تنتج من $n_f = 5$



ولا نستطيع القول باننا قد برهنا بصورة نهائية على ان طيف ذرة الهيدروجين ينشأ من انتقال الالكترون من مستويات طاقة عالية الى مستويات طاقة اوطأ اذ لكي نجزم بهذه الصفة علينا ان نبرهن على تطابق ثابت ريدبرك (R) في المعادلات اعلاه مع القيمة التجريبية. حيث ان:

$$R = \frac{me^4}{8\varepsilon_o^2 ch^3} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times (1.6 \times 10^{-19})^4}{8 \times (8.85 \times 10^{-12})^2 \times 3 \times 10^8 \times (6.63 \times 10^{-34})^3}$$

$$R = 1.097 \times 10^7\ m^{-1}$$

هذه القيمة تساوي قيمة (R) المحسوبة تجريبياً. وعليه فان نظرية بور لذرة الهيدروجين تتفق نوعاً وكماً مع النتائج التجريبية. والشكل أعلاه يوضح كيف ان خطوط الطيف تنشأ من الانتقال بين مستويات الطاقة المختلفة. وهذه هي نظرية بور لذرة الهيدروجين التي وضعها عام 1913.

ملاحظة:

1- عندما نقول اطول طول موجي في سلسلة معينة يعني الخط الاول في تلك السلسلة. فمثلاً في سلسلة بالمر فان اطول طول موجي هو الخط الاول اي $(n_i = 3)$. اما الخط الثاني $(n_i = 4)$ في حين سلسلة لايمان فان الخط الاول $(n_i = 2)$ والخط الثاني $(n_i = 3)$ وهكذا لبقية السلاسل.

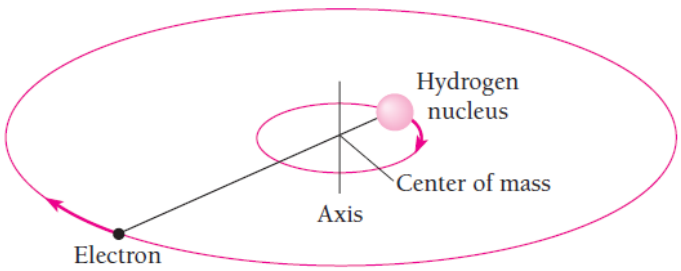
2- عندما يقول أقصر طول موجي فان $(n_i = \infty)$.

حركة النواة Nuclear Motion

لقد افترضنا في دراستنا السابقة ان نواة ذرة الهيدروجين (البروتون) تبقى ساكنة والالكترون يدور حولها. والحقيقة هي ان الذي يحدث هو ان يدور كل من النواة والالكترون حول مركز كتلتيهما. ان مركز الكتلة يكون قريباً جداً من النواة لان كتلة النواة أكبر بكثير من كتلة الالكترون. ولكون النواة والالكترون في موقعين متقابلين بالنسبة لمركز الكتلة نجد ان زخمهما الخطيين متعاكسين والزخم الخطي للذرة ككل يبقى محفوظاً conserved.

ان هذا النظام يكافئ جسماً كتلته (m') يدور حول موقع الجسم الاكبر. وان هذا التكافؤ موضح في معظم كتب الميكانيك فاذا كانت كتلة الالكترون (m) وكتلة البروتون (M) فان:

$$m' = \frac{mM}{m + M}$$



تدعى الكتلة (m') بالكتلة المصغرة (reduced mass) للإلكترون لأنها أصغر من (m) ولكي نصحح معادلة الطاقة اخذين بنظر الاعتبار حركة النواة علينا ان نعوض عن (m) بـ (m') وبذلك تصبح مستويات الطاقة:

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_o^2 h^2}\left(\frac{1}{n^2}\right)$$

وعندما نعوض عن (m) بـ (m'):

$$E_n = -\frac{m'e^4}{8\varepsilon_o^2 h^2}\left(\frac{1}{n^2}\right)$$

ونتيجة لحركة النواة نجد ان جميع مستويات طاقة ذرة الهيدروجين تنحرف بنسبة:

$$\frac{m'}{m} = \frac{M}{m+M}$$

$$\frac{m'}{m} = \frac{1836}{1837}$$

$$\frac{m'}{m} = 0.99945$$

$$1 - 0.99945 = 0.00055 = 0.055\%$$

وبما ان (E_n) سالبة فان تأثير حركة النواة يولد زيادة مقدارها (0.055%) في كل مستوى طاقة. وباستخدام معادلة (E_n) بدلالة (m') نحصل على تطابق أفضل ما بين النتائج العملية والنظرية.

بدون حركة النواة $R_H = 1.09771 \times 10^7\ m^{-1} \implies$

بحركة النواة $R_H = 1.09775 \times 10^7\ m^{-1} \implies$

اما إذا اعتبرنا النواة أثقل من الالكترون $(M \gg m)$ فان $(m' = m)$ لاحظ:

$$m' = \frac{mM}{M+m} = \frac{\frac{mM}{M}}{\frac{M}{M}+\frac{m}{M}} = \frac{m}{1+\frac{m}{M}}$$

$$M \gg m \Longrightarrow \frac{m}{M} = 0 \Longrightarrow m' = m$$

ان الاخذ بنظر الاعتبار الكتلة المصغرة قد ادى ذلك الى اكتشاف الديوتيريوم (deuterium)نظير الهيدروجين حيث ان كتلة نواة الديوتيريوم أكبر من كتلة نواة الهيدروجين الاعتيادي فان خطوط طيف الديوتيريوم تنحرف قليلاً نحو اطوال موجيه اقصر مما عليه لذرة الهيدروجين الاعتيادي. فعلى سبيل المثال ان الخط (H_α) في طيف الديوتيريوم له طول موجي $(6561\ A^o)$ في حين يكون الطول الموجي لنفس الخط لطيف الهيدروجين الاعتيادي $(6563\ A^o)$. فيمكن ملاحظة الفرق بين طول هاتين الموجتين بسهولة وبالتالي يمكن تشخيص الديوتيريوم.

الفصل السادس

ميكانيك الكمـ

Quantum Mechanic

مقدمة:

توصف حركة الاجسام التي نشاهدها في حياتنا اليومية بدلالة قوانين عامة مستندة على الدلائل التجريبية معينة وهي:

1- حفظ الزخم الخطي.
2- حفظ الزخم الزاوي.
3- حفظ الطاقة.

وبالاستناد على هذه القوانين تحت صياغة الميكانيك الكلاسيكي والذي يسمى ميكانيك نيوتن وقد استخدمت هذه القوانين لوصف وتحليل حركة الاجسام المختلفة تبدأ حجومها بالكواكب وتنتهي بالإلكترونات. ولكن عند تطبيق الميكانيك الكلاسيكي على العالم الذري نحصل على نتائج تقريبية وفي احيان كثيرة تكون هذه النتائج غير وافية تماماً. ولهذا السبب كان من الضروري ادخال مفاهيم ونظريات جديدة عند القياس بالمقاييس الذرية.

ان هذه المفاهيم الجديدة قادت الباحثين الى وضع نظرية جديدة سميت بميكانيك الكم (Quantum Mechanic) والتي تعتبر من الثورات المهمة في الفيزياء. وقد ساهم علماء كثيرون في وضع وتطوير هذه النظرية ووضعت لبناتها الاساسية في اواخر سنة 1920. ومن هؤلاء العلماء بلانك ودي برولي و شرودنكر و هايزنبيرك. وتعتبر في الوقت الحاضر دراسة نظرية الميكانيك الكمي اساسا لفهم تصرف مكونات الذرة الاولية.

ان الفرق الاساسي بين ميكانيك نيوتن وميكانيك الكم هو اختلاف مفهوم الكميات تحت الدراسة. ميكانيك نيوتن يتضمن دراسة حركة الاجسام تحت تأثير القوى حيث يفترض ان الكميات كموقع الجسيم وكتلته وتعجيله يمكن قياسهما بدقة. وهذه الفرضية صحيحة في تجاربنا اليومية ونتائج ميكانيك نيوتن تتنفق مع النتائج العملية في ظروف المشاهدات اليومية. ولكن الموضوع يختلف عند دراسة عالم الذرات حيث رأينا.

وبناءً على مبدأ عدم التحديد انه لا يمكن أنياً تحيد موقع وزخم جسيم بدقة في حين نرى ميكانيك نيوتن ان كلا من هاتين الكميتين لها قيمة محددة في كل لحظة.

دالة الموجة Wave Function

الكمية المتغيرة التي تعبر عن موجات دي برولي تدعى بدالة الموجة ويعبر عنها بالحرف الاغريقي (ψ). ان قيمة دالة الموجة التابعة لجسيم متحرك عند الموقع (x, y, z) وفي اللحظة (t) تتعلق باحتمال وجود الجسيم في ذلك المكان والزمان. ان احتمالية وجود جسيم $(Probability)$ في مكان ما وبزمن محدد تتراوح قيمتها بين الصفر والواحد. فاذا كانت الاحتمالية $(P = 1)$ فان وجود الجسيم يكون حتمياً اما إذا كانت الاحتمالية $(P = 0)$ فان الجسيم تماماً غير موجود. اما إذا كانت الاحتمالية $(P = 0.2)$ فهذا يعني هناك احتمالية $(\%\ 20)$ لإيجاد الجسيم.

وبما ان ازاحة الموجة (سعة الموجة) تكون موجبة وسالبة فان دالة الموجة (ψ) لايمكنها ان تحدد احتمالية وجود الجسيم. لذلك فان الكمية (ψ^2) تكون دائماً موجبة وتسمة بكثافة الاحتمالية. حيث ان كثافة الاحتمالية (ψ^2) هي احتمالية وجود الجسيم في الموقع (x, y, z) والزمن (t). ان الميكانيك الكمـــــــــي (Quantum Mechanic) يستخدم لحساب دالة الموجة (ψ) لاي جسيم او نظام من الجسيمات.

تحدد المواصفات الأساسية لدالة الموجة بـ:

1- لما كانت $|\psi|^2$ تتناسب مع الاحتمالية P لإيجاد الجسيم ذي الدالة الموجبةψ لذا فان تكامل $|\psi|^2$ على جميع الفضاء يجب ان يكون محدداً اذ في أي حالة من الأحوال يجب ان يكون الجسيم في مكان ما فاذا كان التكامل:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dV = 0$$

فان الجسيم لا يوجد في أي مكان في حين ليس هناك معنى فيزيائي إذا كان التكامل مالانهاية والحالة الوحيدة هو ان التكامل يجب ان يساوي كمية محددة أي:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dV = 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} P dV = 1$$

هذه المعادلة تعني ان الجسيم موجود في مكان ما في كل لحظة ويقال ان دالة الموجة معيارية normalized.

2- دالة الموجة يجب ان تكون أحادية القيمة single valued أي ان الاحتمالية لها قيمة واحدة عند كل مكان وزمان معينين.

3- دالة الموجة وتفاضلاتها الجزيئة يجب ان تكون مستمرة continuousفي كل مكان.

ان المعادلة المستخدمة في ميكانيك الكم لدراسة دالة الموجة (ψ) هي معادلة شرودنكر (Schrodinger's equation).

حيث ان معادلة شرودنكر في ميكانيك الكم المستخدمة لدراسة دالة الموجة (ψ) تقابل قانون نيوتن الثاني في الميكانيك الكلاسيكي. من ذلك نستنتج بان معادلة شرودنكر (Schrodinger's equation) هي معادلة تفاضلية تصف حركة الجسيم وموجة دي برولي المرافقة له.

اشتقاق معادلة شرودنكر

ان النظرية الكمية للذرة التي تم تكوينها مباشرة بعد اكتشاف النظرية الكمية نفسها تمثل نقطة تحول مهم لفهم عالم الفيزياء حيث تساعدنا النظرية الذرية الحديثة على فهم التفاعلات الذرية وتكوين الجزيئات المستقرة وترتيب العناصر في الجدول الدوري وكذلك فهم الصفات الكهربائية والمغناطيسية والميكانيكية للمواد الصلبة.

ان الجسيم الذي يمتلك زخم مقداره (p) وطاقة (E) فان طول الموجة (λ) التي ترافق الجسيم:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad , \quad \nu = \frac{E}{h}$$

ان العدد الموجي (k) الذي تمثل عدد الموجات خلال (2π) يعطى بالعلاقة:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Longrightarrow k = \frac{2\pi\, p}{h}$$

$$\because \hbar = \frac{h}{2\pi} \qquad \therefore k = \frac{p}{\hbar} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

التردد الزاوي (ω) يعطى بالعلاقة:

$$\omega = 2\pi\, \nu = 2\pi\, \frac{E}{h}$$

$$\omega = \frac{E}{\hbar} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$\because E = \frac{p^2}{2m} \qquad \therefore p = \sqrt{2mE}$$

بالتعويض عن (p) في المعادلة (1):

$$k = \frac{\sqrt{2m\, E}}{\hbar} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

لقد توصل العالم شرودنكر الى صياغة معادلة لدالة الموجة (ψ) التي تعطى بالصيغة:

$$\psi = e^{-i(\omega t - kx)}$$

بالتعويض عن قيمة (ω) و(k) نحصل على:

$$\psi = e^{-i\left[\frac{Et}{\hbar} - \frac{\sqrt{2mE}\, x}{\hbar}\right]} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

بتفاضل المعادلة (4) بالنسبة للزمن (t):

$$\frac{d\psi}{dt} = e^{-i\left[\frac{Et}{\hbar} - \frac{\sqrt{2mE}\, x}{\hbar}\right]} . -i\frac{E}{\hbar}$$

$$\frac{d\psi}{dt} = -i\frac{E}{\hbar}\,\psi \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

بأخذ التفاضل الثاني للمعادلة (4) بالنسبة للموقع (x) نحصل على:

$$\frac{d\psi}{dx} = e^{-i\left[\frac{Et}{\hbar}-\frac{\sqrt{2mE}\,x}{\hbar}\right]}.\left[\frac{i\sqrt{2m\,E}}{\hbar}\right]$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = e^{-i\left[\frac{Et}{\hbar}-\frac{\sqrt{2mE}\,x}{\hbar}\right]}.\left[\frac{i^2\,2mE}{\hbar^2}\right]$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\,\psi \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

من المعادلة (5):

$$E\psi = -\frac{\hbar}{i}\frac{d\psi}{dt}$$

من المعادلة (6):

$$E\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2}$$

$$\therefore\ -\frac{\hbar^2}{\boldsymbol{2m}}\frac{\boldsymbol{d^2\psi}}{\boldsymbol{dx^2}} = \boldsymbol{i\hbar}\frac{\boldsymbol{d\psi}}{\boldsymbol{dt}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\mathbf{7})$$

ان المعادلة (7) تمثل معادلة الموجية لجسيم وتسمى بمعادلة شرودنكر. ان هذه المعادلة في الميكانيك الكمي تلعب نفس الدور التي يلعبه القانون الثاني لنيوتن في الميكانيك الكلاسيكي.

معادلة شرودنكر غير المعتمدة على الزمن

Schrodinger time- independent wave equation

في عام 1926 قام شرودنكر باشتقاق معادلة لحركة الموجات المادية وقد وضع الفرضيات التالية:

1- لقد فرض بان موجات دي برولي تصح لأي جسيم يتحرك في مجال قوة بطاقة كامنة (V) . وان طاقته الكلية تساوي مجموع طاقته الحركية (K) وطاقته الكامنة (V) حيث ان:

$$E = K.E. + P.E.$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + V$$

$$E = \frac{p^2}{2m} + V \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

$$p^2 = 2m[E - V] \Longrightarrow p = [2m(E - V)]^{1/2}$$

ان طول موجة دي برولي: $\lambda = \frac{h}{p}$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{[2m(E - V)]^{1/2}} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

2- لقد فرض بان دالة الموجة (ψ):

$$\psi = e^{-i(\omega t - kx)} \Longrightarrow \psi = e^{-i\omega t}.e^{ikx}$$

$$if: \qquad \psi_o = e^{ikx}$$

$$\therefore \psi = \psi_o e^{-i\omega t} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

المعادلة (3) تمثل دالة الموقع (ψ_o) مضروبة بدالة الزمن $(e^{-i\omega t})$ للموجة وهي دالة موجة جسيم تحت تأثير قوة ثابتة بالنسبة للزمن.

ان المعادلة العامة للموجة في الاحداثيات الكارتيزية تعطى بالعلاقة:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{d^2\psi}{dy^2}+\frac{d^2\psi}{dz^2}=\frac{1}{u^2}\frac{d^2\psi}{dt^2} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (4)$$

حيث ان (ψ) هي دالة (x,y,z,t) تمثل سعة الموجة المرافقة للجسيم و (u) هي سرعة الموجة.

بتفاضل المعادلة (3) مرتين بالنسبة للزمن ينتج:

$$\psi=\psi_o e^{-i\omega t}$$

$$\frac{d\psi}{dt}=\psi_o e^{-i\omega t}(-i\omega)$$

$$\frac{d^2\psi}{dt^2}=\psi_o e^{-i\omega t}(-i\omega)(-i\omega)$$

$$\therefore \frac{d^2\psi}{dt^2}=-\omega^2\psi$$

بالتعويض في معادلة (4) نحصل على:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{d^2\psi}{dy^2}+\frac{d^2\psi}{dz^2}=-(\frac{\omega^2}{u^2})\psi$$

$$\because \frac{\omega^2}{u^2}=\frac{(2\pi\nu)^2}{(\nu\lambda)^2}=\frac{4\pi^2}{\lambda^2}$$

$$\therefore \frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{d^2\psi}{dy^2}+\frac{d^2\psi}{dz^2}=-\left(\frac{4\pi^2}{\lambda^2}\right)\psi \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (5)$$

$$\because \frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{d^2\psi}{dy^2}+\frac{d^2\psi}{dz^2}=\nabla^2\psi \qquad \nabla - Laplacian\ Operator$$

$$\therefore \nabla^2\psi + \frac{4\pi^2}{\lambda^2}\psi = 0 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

ان المعادلة (6) هي معادلة عامة لا تعتمد على الزمن. والان ندخل مفهوم الموجة المادية حسب نظرية دي برولي من المعادلة (2) وبالتعويض عن قيمة (λ) في المعادلة (6) ينتج:

$$\nabla^2\psi + \frac{4\pi^2[2m\,(E-V)]}{h^2}\psi = 0$$

$$\nabla^2\psi + \left(\frac{8\pi^2 m}{h^2}\right)(E-V)\psi = 0 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

$$\because \hbar = \frac{h}{2\pi} \implies h^2 = 4\pi^2.\hbar^2$$

$$\nabla^2\psi + \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)(E-V)\psi = 0 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

ان المعادلة (8) تسمى بمعادلة شرودنكر غير المعتمدة على الزمن حيث ان دالة الموجة (ψ) والطاقة الكامنة (V) هي دالة للإحداثيات.

في حالة الجسيم حر *(free Particle)* اي ان الجسيم لا يتأثر بقوة خارجية فان الطاقة الكامنة $(V=0)$ وفي هذه الحالة ان طاقته الكلية تساوي فقط الطاقة الحركية. وفي هذه الحالة فان معادلة شرودنكر تصبح:

$$\boldsymbol{\nabla^2\psi + \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)(E)\psi = 0} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \textit{(9)}$$

معادلة شرودنكر المعتمدة على الزمن

Time-dependent Schrodinger equation

ان دالة الموجة (ψ) تعطى بالصيغة:

$$\psi = \psi_o e^{-i\omega t} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

بتفاضل المعادلة (1) مع الزمن:

$$\frac{d\psi}{dt} = \psi_o e^{-i\omega t} . (-i\omega)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = -i(2\pi\nu)\psi \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

$$\because E = h\nu \Longrightarrow \nu = \frac{E}{h}$$

$$\therefore \frac{d\psi}{dt} = -i(2\pi)(\frac{E}{h})\psi$$

$$E\psi = -\frac{1}{i}\left(\frac{h}{2\pi}\right)\frac{d\psi}{dt}$$

$$E\psi = \frac{i^2}{i}(\frac{h}{2\pi})\frac{d\psi}{dt}$$

$$E\psi = i\hbar\frac{d\psi}{dt} \Longrightarrow E\psi = i\hbar\frac{d}{dt}(\psi) \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

ان معادلة شرودنكر تعطى بالعلاقة:

$$\nabla^2\psi + \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)(E - V)\psi = 0$$

$$\nabla^2\psi + \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)(E\psi) - \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)V\psi = 0 \dots\dots\dots\dots\dots (4)$$

بالتعويض عن $(E\psi)$ من المعادلة (3) في (4) ينتج:

$$\nabla^2\psi + \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right) i\hbar\frac{d\psi}{dt} - \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)V\psi = 0$$

$$\nabla^2\psi - \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)V\psi = -\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right) i\hbar\frac{d\psi}{dt}$$

بضرب المعادلة بـ $(-\frac{\hbar^2}{2m})$ ينتج:

$$-\left(\frac{\hbar^2}{2m}\right)\nabla^2\psi + V\psi = i\hbar\frac{d\psi}{dt}$$

اي:

$$i\hbar\frac{d\psi}{dt} = -\left(\frac{\hbar^2}{2m}\right)\nabla^2\psi + V\psi \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

ان المعادلة (5) تمثل معادلة شرودنكر المعتمدة على الزمن حيث ان طاقة الجسيم الكامنة (V) هي دالة للموقع (x, y, z) والزمن (t). والتأثيرات الخارجية على الجسيم تظهر في صيغة الدالة (V). فاذا عرفنا (V) يمكننا حل معادلة شرودنكر لإيجاد موجة الجسيم (ψ) ومنها نجد كثافة احتمالية وجود الجسيم (ψ^2) عند كل نقطة (x, y, z) وزمن (t).

معادلة شرودنكر لذرة الهيدروجين

تتكون ذرة الهيدروجين من بروتون واحد ذي شحنة موجبة والكترون ذي شحنة سالبة والذي هو أخف من البروتون بـ 1836 مرة للسهولة نفترض ان البروتون ثابت وان الالكترون يدور حوله متأثراً بالقوة الكهربائية بين الجسمين بما ان معادلة شرودنكر للإلكترون في ثلاثة ابعاد هي:

$$\frac{\partial \psi^2}{\partial x^2}+\frac{\partial \psi^2}{\partial y^2}+\frac{\partial \psi^2}{\partial z^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-V)\psi=0$$

حيث ان V تمثل الطاقة الكامنة الالكتروستاتيكية:

$$V=-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o r}$$

بعد كتابة معادلة شرودنكر بدلالة الاحداثيات القطبية r,θ,ϕ نحصل على معادلة تفاضلية جزئية لدالة الموجة للإلكترون في ذرة الهيدروجين والتي تحدد سلوك الالكترون في ذرة الهيدروجين حيث ان:

$$\boldsymbol{sin\theta^2\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial \psi}{\partial r}\right)+sin\theta\frac{\partial}{\partial \theta}\left(sin\theta\frac{\partial \psi}{\partial \theta}\right)+\frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2}+\frac{2mr^2sin^2\theta}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o r}+E\right)\psi=0}$$

وبحل هذه المعادلة تنتج ثلاثة اعداد كمية لوصف حالة الالكترون في ذرة الهيدروجين بدلاً عن عدد كم واحد في ذرة بور.

الاعداد الكمية Quantum Numbers

الاعداد الكمية الثلاثة مع قيمتها المسموحة التي تنتج حل لمعادلة شرودنكر لذرة الهيدروجين هي الاتي:

1- العدد الكمي الأساسي Principal quantum number $n = 1, 2, 3, \ldots$

حيث يصف العدد الكمي الأساسي لنا تكميم طاقة الالكترون في ذرة الهيدروجين.

2- العدد الكمي المداري Orbital quantum number $l = 0, 1, 2, 3, \ldots\ldots, n-1$

ان تفسير العدد الكمي المداري اقل وضوحا حيث ان الطاقة الحركية للإلكترون سوف تتضمن مجموع طاقتين الأولى الطاقة الدورانية $K.E._{.orbital}$ وهي نتيجة الحركة الدورانية للإلكترون حول النواة، والثانية الطاقة الشعاعية $K.E._{.radial}$ وهي نتيجة الحركة الشعاعية والناتجة عن حركة الالكترون نحو النواة او بعيدا عنها أي ان الطاقة الكلية للإلكترون كالتالي:

$$E_{Total} = K.E._{.radial} + K.E._{.orbital} + V$$

$$E_{Total} = K.E._{.radial} + K.E._{.orbital} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o r}$$

وبعد التعويض عن قيمة الطاقة الكلية بدلالة الدالة القطرية سوف نحصل على مقدار الزحم الزاوي للإلكترون:

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar$$

نستطيع تفسير هذه النتيجة بالشكل التالي لما كان العدد الكمي المداري للإلكترون محدداً بالقيم:

$$l = 0,1,2,3, \ldots\ldots, n-1$$

فيمكن للإلكترون ان يمتلك زحما زاويا محدداً بالمعادلة السابقة فقط وكلما تكون الطاقة محفوظة ومكممه نجد ان الزحم الزاوي هو ايضاً محفوظ ومكمم.

ومن الشائع تمييز الحالات المدارية بواسطة حروف حيث s ترمز الى الحالة المدارية $l = 0$ و p ترمز للحالة المدارية $l = 1$ وهكذا على النحو التالي:

$l =$ 0 1 2 3 4 5 6…

حالات الزخم الزاوي s p d f g h i…

ان أساس هذه الرموز هو التصنيف التجريبي للأطياف الى سلاسل تدعى:

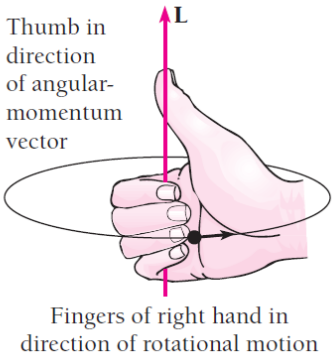
حادsharp، أساسprinciple، منتشرةdiffuse، رئيسيةfundamental للرموز الأربعة الأولى على التوالي فكل رمز يمثل الحرف الأول من التسمية الإنكليزية لهذه السلاسل فالزخم الزاوي للحالة s يساوي صفر وللحالة p يساوي $\sqrt{2}\hbar$ وهكذا، ان استخدام العدد الكمي الأساس مع الرمز الذي يمثل الزخم الزاوي يكوّن صيغة مناسبة لوصف الحالات الذرية والجدول التالي يوضح تسميات الحالات الذرية للهيدروجين لغاية $n = 6$ و $l = 5$.

	$l = 0$	$l = 1$	$l = 2$	$l = 3$	$l = 4$	$l = 5$
$n = 1$	1s					
$n = 2$	2s	2p				
$n = 3$	3s	3p	3d			
$n = 4$	4s	4p	4d	4f		
$n = 5$	5s	5p	5d	5f	5g	
$n = 6$	6s	6p	6d	6f	6g	6h

3- العدد الكمي المغناطيسي Magnetic quantum number $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots\ldots, \pm l$

عدد الكم المداري يحدد قيمة الزخم الزاوي للإلكترون وان الزحم الزاوي كالزخم الخطي كمية متجهة ولذلك يجب ان يحدد اتجاهه إضافة الى قيمته وبما ان المتجهة Lهو عمودي على مستوى الحركة الدورانية وان اهمية هذا المتجه بالنسبة لذرة الهيدروجين هو ان الالكترون يدور حول النواة والذي بدوره يكوّن مجالاً مغناطيسياً يشبه مجال ثنائي القطب مغناطيسي وكذلك ان الكتروناً ذرياً ذا زخم زاوي يتفاعل مع مجال

مغناطيسيB خارجي والعدد الكمي المغناطيسيm_l يحدد مركبةL باتجاه المجال ان تكميم هذه المركبة يدعى بتكميم الفضاء.

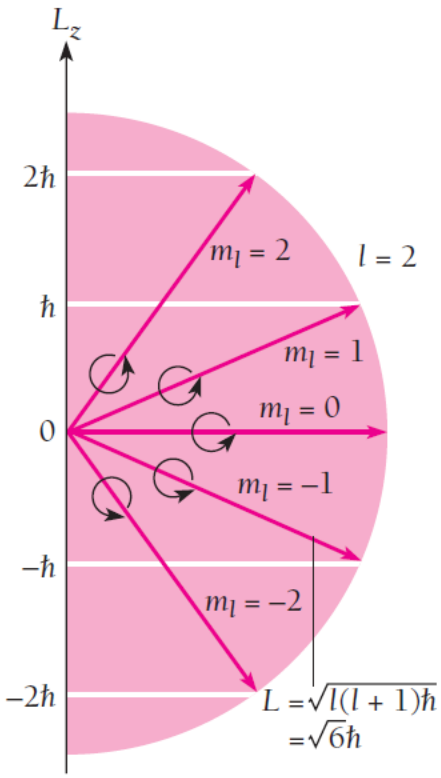


لو افترضنا ان المجال المغناطيسي هو باتجاه محورZ فان المركبة بهذا الاتجاه تتحدد بالقيم:

$$L_z = m_l \hbar$$

ان القيم المسموحة لـ m_l تمتد بين $l+$و $-l$ مارة بالقيمة 0 وكذلك فان عدد الاتجاهات المختلفة الممكنة للمتجهL بالنسبة لاتجاه المجال المغناطيسي هي$2l+1$ فاذا كانت $l=0$ فان L_z تأخذ قيمة واحدة تساوي 0 وإذا كانت $l=1$ فان L_z يمكن ان تأخذ القيم $\hbar, 0, -\hbar$ وهكذا بالتالي فان المتجه Lلا يمكن ان يوازي او يعاكس تماما اتجاه Bوذلك لان هي دائما أصغر من قيمة الزخم الزاوي الكلي $\sqrt{l(l+1)}\hbar$

والشكل يوضح تكميم الفضاء للزخم الزاوي المداري لذرة الهيدروجين:



برم الالكترون Electron spin

اضافة الى ما تم دراسته في النظرية الكمية لفهم صفات ذرة الهيدروجين فان هذه النظرية لا تستطيع ان تعطينا جميع الصفات لذرة الهيدروجين والذرات الأخرى من دون ان تأخذ بنظر الاعتبار برم الالكترون electron spinومبدأ الانفراد exclusion principleالناتج عنه فيعتبر هذا نقطة ضعف واضحة للنظرية الكمية البسيطة والتي تنقسم الى نقطتين وهي:

1- عدم اتفاق هذه النظرية مع الحقيقة التجريبية وهي ان عدداً من خطوط الطيف تتكون من خطين متقاربين جداً بعضهما من بعض وكمثال على هذا التركيب الدقيق fine structureالخط الأول في سلسلة بالمر لذرة الهيدروجين الذي ينشأ من الانتقال من الحالة $n = 3$ الى $n = 2$ ففي هذه الحالة تشير التوقعات المبنية على النظرية الكمية الى وجود خط واحد طوله الموجي $6563\ A^{o}$في

حين نلاحظ تجريبيا خطين منفصلين احداهما عن الاخر بفاصل $1.4A^o$ وهذا تأثير صغير، ولكنه يشكل فشلا ملحوظ في النظرية.

2- الضعف الثاني في النظرية الكمية البسيطة هي اختلاف نتائجها عن النتائج التجريبية لظاهرة زيمان Zeeman effect ان ذرة الهيدروجين ذات العدد الكمي المغناطيسي m_l موجود في مجال مغناطيسي خارجي B تمتلك طاقة مغناطيسية مقدارها:

$$V_m = m_l \frac{e\hbar}{2m} B$$

على حين ان العدد m_l يأخذ قيما صحيحة مختلفة عددها $2l+1$ من $+l$ الى $-l$ مارة بـ0 وعليه عندما تكون الذرة في مجال مغناطيسي خارجي B فان الحالة ذات العدد الكمي المداري l تنشطر الى $2l+1$ حالة ثانوية فرق الطاقة بينها يساوي $B\left(e\hbar/2m\right)$ ولكن تغير m_l يتحدد بـ $\Delta m_l = 0, \pm 1$ ولذا فان خط الطيف الناتج من انتقال بين حالتين ذواتي عدد كمي مداري l مختلف ينشطر الى ثلاثة خطوط فقط وعليه نتوقع ان ينشطر خط طيف تردده ν_0 الى ثلاثة خطوط ترددها:

$$\nu_1 = \nu_0 - \frac{e\hbar}{2m}\frac{B}{h} = \nu_0 - \frac{e}{4\pi m}B$$

$$\nu_2 = \nu_0$$

$$\nu_3 = \nu_0 + \frac{e\hbar}{2m}\frac{B}{h} = \nu_0 + \frac{e}{4\pi m}B$$

وهذه النتيجة تدعى **بظاهرة زيمان البسيطة.Normal Zeeman effect**

ان ظاهرة زيمان البسيطة تتحقق في طيف عدد قليل من العناصر وتحت ظروف خاصة على حين نجدها لا تتحقق لأغلبية العناصر اذ نلاحظ في معظم العناصر ان خطوط الطيف تنشطر الى أربعة او ستة خطوط او أكثر.

ولغرض تفسير التركيب الدقيق لخطوط الطيف وظاهرة زيمان المعقدة اقترح كودسمث واهلنبيك عام 1925 بان الالكترون يمتلك زخماً زاوياً ذاتياً بالإضافة الى زخمه الزاوي المداري ويرافق الزخم الزاوي الذاتي عزماً مغناطيسياً معيناً.

ان فكرة برم الالكترون قد اثبتت نجاحها ليس فقط في تفسير التركيب الدقيق لخطوط الطيف وظاهرة زيمان المعقدة وبل في تفسير الكثير من الظواهر الذرية.

ان تصور الالكترون بانه شحنة كروية تدور حول محورها لا يتفق مع الميكانيك الكمي وقد تمكن ديراك عام 1928 ان يضع نظرية كمية نسبية الذاتيتين للإلكترون اللذين افترضهما كودسمث واهلنبيك.

ويستخدم العدد الكمي لوصف الزخم الزاوي البرمي للإلكترون والقيمة الوحيدة التي يأخذها هي s هي $s = {}^{1}/_{2}$

ان العدد الكمي المغناطيسي البرمي m_s يصف تكميم الفضاء لبرم الالكترون.