الفصل الاول

المجال المغناطيسي

2025-2024

الفصل الاول

المجال المغناطيسي

المغناطيسية Magnetism

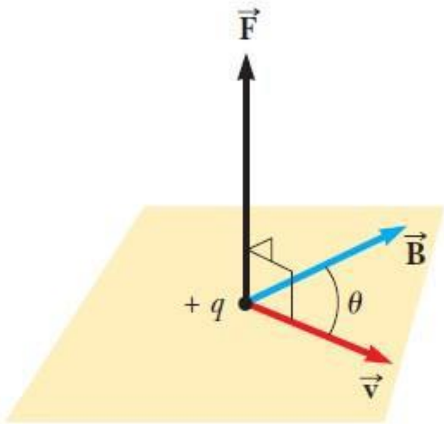
المغناطيسية ظاهرة عرفت في الطبيعة منذ زمن قديم، فقد لاحظ الاغريق قبل أكثر من الفي عام متمثلة في قابلة بعض خامات الحديدة (كأوكسيد الحديدة Fe_3O_4 المسمى Magnetite) في جذب قطع الحديد الصغير. كما عرف الاقدمون انه إذا علق مغناطيس طبيعي من وسطه بصورة طليقة دائماً يأخذ اتجاهاً معيناً هو اتجاه الشمال والجنوب الجغرافيين تقريباً. وقد استفاد اجدادنا من هذه الظاهرة في صناعة البوصلات لترشدهم في رحلاتهم. وهكذا نجد ان الأقدمين عرفوا المغناطيسية من خلال قوى الجذب بين المواد الفيرومغناطيسية (الحديدية) Ferromagnetic materials كالحديد وخاماته.

وبقي علم المغناطيسية على وضعه لقرون عديدة دون تطور يذكر حتى مطلع القرن التاسع عشر حين اكتشف العالم الدنماركي أورستيد H.C. Orested في عام 1820. ان التأثيرات المغناطيسية يمكن ان تنشأ من قبل التيارات الكهربائية او الشحنات المتحركة فقد لاحظ أورستيد انحراف الابرة المغناطيسية عند مرور تيار كهربائي في سلك مجاور.

في هذا الفصل سوف نستهل دراستنا للمغناطيسية عن التأثير الذي يحدثه المجال المغناطيسي على الشحنات المتحركة خلاله وليس عن كيفية تكوين المجال المغناطيسي.

شدة المجال المغناطيسي Magnetic field strength

لقد دلت التجارب المختبرية على انه إذا أطلق جسيم مشحون في مجال مغناطيسي لتأثر بقوة جانبية تحرف الجسيم عن اتجاه حركته الاصلي، تدعى بالقوة المغناطيسية.



وان اتجاه هذه القوة يكون دائماً عمودياً على سرعة الجسيم. اما مقدارها يتغير بتغير الاتجاه الذي تعمله السرعة مع المجال رغم بقاء مقدار السرعة ثابتاً.

فلو اطلقت شحنة اختبارية موجبة (q_o) بسرعة (v) تصنع زاوية قدرها (θ) مع اتجاه المجال المغناطيسي(B) فان هذه القوة تتناسب طردياً مع كل من الشحنة التي يحملها الجسيم والمركبة العمودية على المجال لسرعة الجسيم حيث ان:

$$F = B(q_0 v sin\theta) \ldots\ldots\ldots\ldots..(1)$$

كما يكننا كتابة هذه المعادلة بالصيغة الاتجاهية:

$$\vec{F} = q_0\vec{v} \times \vec{B}$$

- ان العلاقة بين المتجهات F, B, v يمكن استنتاجها من خصائص الضرب الاتجاهي.
- يكون مقدار القوة أعظم ما يمكن عندما يكون اتجاه حركة الجسيم عمودياً على متجه المجال $(\theta=90^o)$.
- يكون مقدار القوة يساوي صفراً إذا كانت حركة الجسيم موازية للمجال اي ان الزاوية $(\theta = 0)$.

- في المعادلة اعلاه:

F- مقدار القوة المغناطيسية.

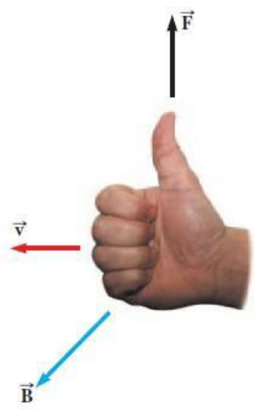
B- شدة المجال المغناطيسي.

v- سرعة الجسيم الذي شحنته (q_o).

θ- الزاوية بين (B, v).

- ان اتجاه القوة المغناطيسية يحدد باستخدام قاعدة اليد اليمنى فلو دورت اصابع اليد اليمنى عدا الابهام باتجاه السرعة (v) للشحنة الموجبة نحو اتجاه (B) فان اتجاه الابهام يشير الى اتجاه القوة المغناطيسية (F).

اما إذا كانت الشحنة سالبة يكون اتجاه القوة معاكساً.



- ان وحدة شدة المجال المغناطيسي يمكن استنتاجها من المعادلة (1) كالاتي:

$$B = \frac{F}{qv}$$

$$B = \frac{N}{C \times \frac{m}{sec}} \rightarrow B = \frac{N \cdot sec}{C \cdot m} = Tesla$$

$$B(Tesla)$$

تسلا (Tesla): شدة المجال المغناطيسي الذي يولد قوة مقدارها نيوتن واحد (N) على شحنة قدرها كولوم واحد (1C) تتحرك بصورة عمودية على المجال بسرعة (m/sec).

- هناك وحدة اخرى أصغر من التسلا لاتزال تستعمل بكثرة هي الكـاوس ومقدارها (10^{-4}T)

G(Causse)=10^{-4} T(Tesla)

- يمكن كتابة وحدة الـ (B) بالصورة التالية:

$$B = \frac{N}{A \cdot m}$$

حيث:

$$A = \frac{C}{sec}$$

اذن:

$$T(Tesla) = \frac{N}{A.m}$$

الفيض المغناطيسي Magnetic Flux

كما مثلنا المجال الكهربائي بخطوط وهمية اطلقنا عليها خطوط القوة الكهربائية كذلك نمثل المجال المغناطيسي بخطوط وهمية تدعى خطوط القوة المغناطيسية (magnetic lines of force) .

ان اتجاه المجال المغناطيسي عند اية نقطة هو نفس اتجاه خط القوة المغناطيسية في تلك النقطة.

شدة المجال المغناطيسي: هو عدد الخطوط لوحدة المساحة التي تجتاز مساحة صغيرة عمودية على اتجاه الخطوط.

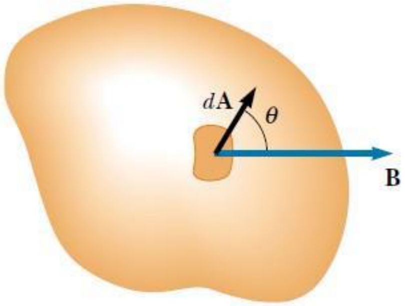
الفيض المغناطيسي $\emptyset$: عدد الخطوط الكلية التي تجتاز مساحة معينة لذا يعرف الفيض المغناطيسي حول سطح مساحته (A) حسب المعادلة:

$$\emptyset = \int_{A} \vec{B} \cdot \overrightarrow{dA}$$

حيث ان:

$\overrightarrow{dA}$: متجه المساحة العمودية على السطح.

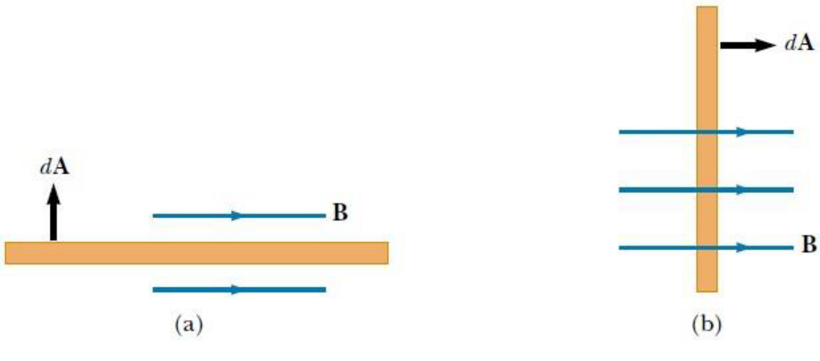
$\vec{B}$: متجه شدة المجال المغناطيسي.



$$\emptyset = B\,A\cos(\theta)$$

يتضح من المعادلة اعلاه ان مقدار الفيض يمثل الضرب العمودي للمتجهين dA , B . واذا كان المجال منتظماً وعمودياً على السطح يصبح بالإمكان تبسيط معادلة الفيض كالاتي:

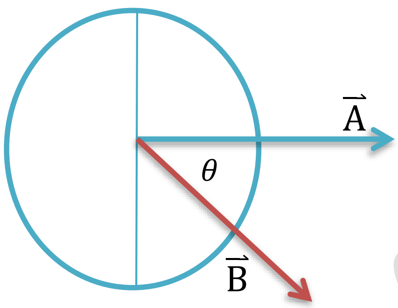
$$\emptyset_B = BA$$



- يكون الفيض في قيمته القصوى إذا كان اتجاه المجال المغناطيسي عمودياً على السطح $(\theta = 0)$.
- يكون الفيض يساوي صفراً إذا كان اتجاه المجال موازياً للسطح $(\theta = 90^0)$.

- عندما يصنع المجال المغناطيسي زاوية (θ) معينة على متجه المساحة نطبق العلاقة التالية لحساب الفيض.

$$\emptyset_B = BA\cos(\theta)$$

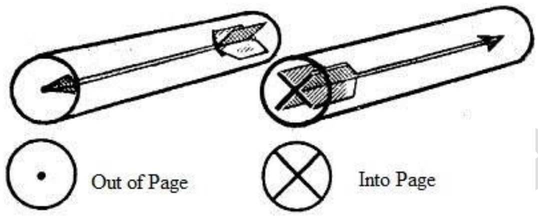


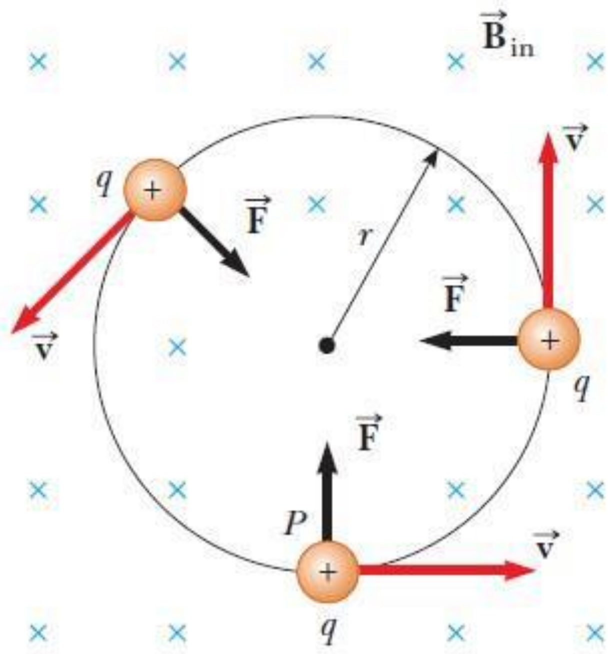
- ان وحدة الفيض هي (Tm^2) وتسمى ويبر (Weber) وتكتب باختصار (Wb) وعليه يمكن التعبير عن وحدة شدة المجال المغناطيسي B كالتالي:

$$B(T) = \frac{Wb}{m^2}$$

حركة الجسيمات المشحونة في المجال المغناطيسي

لنتصور ان جسيماً يحمل شحنه موجبة قدرها q قذف بسرعة v بصورة عمودية على مجال مغناطيسي منتظم B بصورة متساوية البعد، حيث جرت العادة على تمثيل المجال العمودي على الورقة بالعلامة (.) ان كان متجهاً نحو القارئ , وبالعلامة (×) ان كان متجهاً نحو الورقة.





ان الجسيم يتأثر بقوة مغناطيسية مقدارها يساوي $(F_B = qvB)$ واتجاهها يكون عمودياً على كل من (B, v) لذا فان القوة تعمل على تغير اتجاه السرعة للجسيم دون اي تأثير على مقدار هذه السرعة. وبما ان القوة ثابتة بالمقدار واتجاهها دائماً عمودي على السرعة لذا فأن الجسيم سوف يسلك مساراً دائرياً نصف قطره (r) ويكتسب تعجيلاً مركزياً مقداره

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

باستخدام قانون نيوتن الثاني

$$F_c = ma_c = \frac{mv^2}{r}$$

$$F_B = F_c \rightarrow qvB = \frac{mv^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

m- كتلة الجسيم.

r- نصف قطر المسار الدائري.

اما السرعة الزاوية (w) لدوران الجسيم في المجال المغناطيسي فمقدارها:

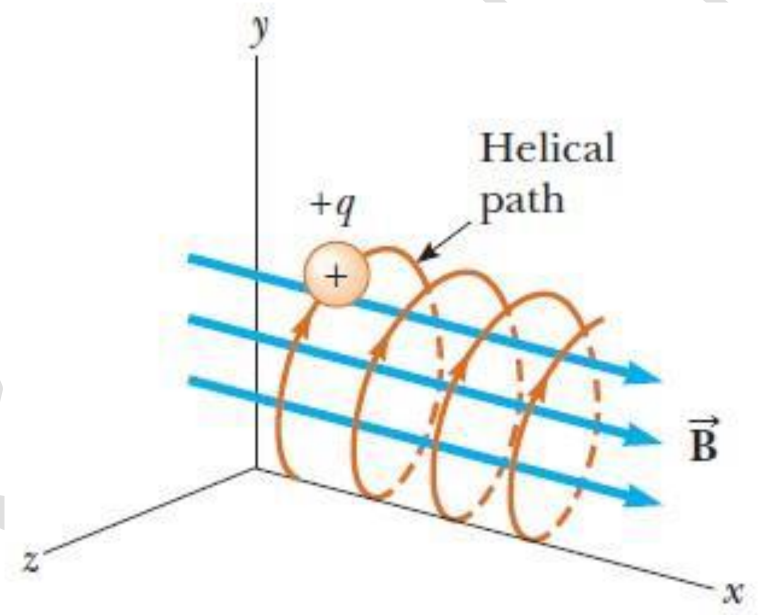
$$w = \frac{v}{r} \rightarrow w = \frac{qB}{m}$$

عندئذٍ يصبح من السهل جداً معرفة عدد الدورات التي يعملها الجسيم في الثانية الواحدة (f) حسب العلاقة:

$$f = \frac{w}{2\pi} \rightarrow f = \frac{qB}{2\pi m}$$

- يتبين من المعادلة اعلاه ان تردد الجسيم مقدار ثابت لا يعتمد على السرعة. فالجسيمات السريعة تدور في دوائر كبيرة بينما الجسيمات البطيئة تعمل دوائر أصغر حيث ان نصف قطر المسار يتناسب طردياً مع السرعة.

- ان الزمن الذي تستغرقه هذه الجسيمات في انجاز دورة كاملة هو نفسه لا يختلف ان كانت الدورة كبيرة او صغيرة.
- إذا كان الجسيم سالب الشحنة فان القوة المغناطيسية المؤثرة عليه ستكون بعكس الاتجاه لذلك يدور الجسيم باتجاه معاكس وعلى هذا الاساس فان انحناء مسار الجسيم المشحون في المجال المغناطيسي يمكن ان يحدد نوعيته شحنة الجسيم ان كانت سالبة ام موجبة.
- عند دخول الجسيم المشحون مجالاً مغناطيسياً منتظماً بصورة مائلة بحيث يمكن ان تكون للسرعة مركبة موازية للمجال ومركبة اخرى عمودية عليه. فان المركبة الموازية للمجال لن تتأثر بالمجال المغناطيسي بينما يتغير اتجاه المركبة العمودية للسرعـــــة (وليس مقدارها) باستمرار. وبذلك فان الجسيم سوف يسلك مساراً لولبياً. لاحظ الشكل.



المرايا المغناطيسية Magnetic Mirror

من التطبيقات العملية لحركة الجسيمات المشحونة داخل مجال مغناطيسي غير منتظم هو ما يسمى بالمرايا المغناطيسية.

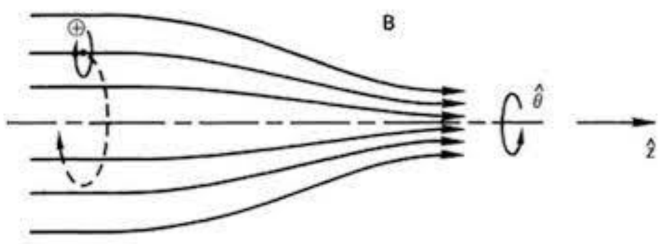
- عند حركة الجسيمات حسب الشكل فان المجال المغناطيسي غير منتظم وتزداد شدته كلما تقدمنا أكثر نحو اليمين.

- من المعادلة:

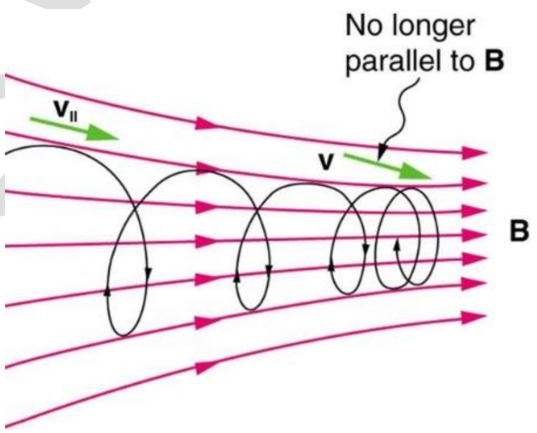
$$r = \frac{mv}{qB}$$

نجد ان نصف قطر الدوران للجسيمات يتناسب عكسياً مع شدة المجال المغناطيسي.

- نصف قطر المسار اللولبي يتناقص كلما تقدم الجسيم أكثر فاكثر نحو اليمين.

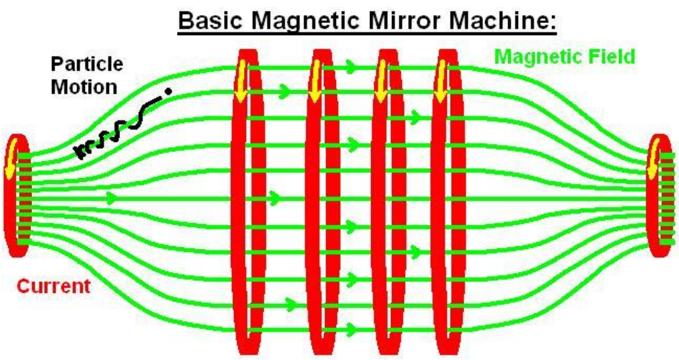


- يصاحب ذلك نقصان في مركبة السرعة الموازية للمجال المغناطيسي، يؤدي ذلك الى تقارب لفات المسار اللولبي كلما تقدمنا نحو زيادة المجال.
- إذا ما اصبحت هذه السرعة صفراً انعكس الجسيم واخذ يتقدم بالاتجاه المعاكس للمجال.
- فالمرايا المغناطيسية تكون عند تزايد شدة المجال المغناطيسي ويبدأ العمل كعاكس للجسيمات.



- ان فكرة المرايا المغناطيسية يستفاد منها في حقل فيزياء البلازما فالتجارب المختبرية التي تجرى على البلازما في محاولة الحصول على الطاقة من الاندماج النووي (nuclear fusion).

- يمكن الحصول على الاندماج النووي وذلك بحصر البلازما فيما يسمى القنينة المغناطيسية (magnetic bottle) وجعلها تدور بسرعة عالية حول خطوط المجال المغناطيسي الذي يولد بواسطة ملفات خاصة.



- الجسيمات المشحونة تنعكس عند وصولها قرب نهايتي القنينة المغناطيسية حيث تكون شدة المجال المغناطيسي عالية.
- كما يمكن رفع درجة حرارة البلازما بواسطة هذه الوسيلة حتى تصل الى ملايين درجات الحرارة التي قد تكون كافية لحدوث الاندماج النووي.
- ومن اهم الامثلة على حركة الجسيمات المشحونة في مجال مغناطيسي غير منتظم هو تأثر الاشعة الكونية (cosmic rays) بالمجال المغناطيسي الارضي وتكوين حزام فان الن الاشعاعي.

<u>مثال تطبيقي:</u>

أطلق الكترون طاقته (2 Kev) داخل مجال مغناطيسي منتظم شدته (0.1 T) وبزاوية قدرها (89°) مع اتجاه المجال. احسب:

1- السرعة التي قذف بها الالكترون.
2- نصف قطر المسار اللولبي للإلكترون.
3- الزمن الذي تطلبها الالكترون لكي يعمل دورة كاملة.
4- المسافة بين لفتين متجاورتين.

الحل:

-1

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad \rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 10^3 \times 1.6 \times 10^{-19}}{9.1 \times 10^{-31}}}$$

$$v = 2.65 \times 10^7 \ m/s$$

-2 نحلل السرعة الى مركبتين:

$$v_\perp = v\sin(89) = 2.65 \times 10^7 \ m/s$$

$$v_\parallel = v\cos(89) = 2.65 \times 10^7 \times 0.0175 = 4.64 \times 10^7 \ m/s$$

ولما كانت المركبة العمودية للسرعة هي المسؤولة عن الحركة الدورانية للإلكترون فان نصف قطر المسار اللولبي للإلكترون.

$$\mathrm{r} = \frac{mv_\perp}{qB} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 2.65 \times 10^7}{1.6 \times 10^{-19} \times 0.1}$$

$$r = 1.5 \times 10^{-3} m$$

-3 زمن الدورة الواحدة

$$T = \frac{2\pi r}{v_\perp}$$

$$T = \frac{2 \times 3.14 \times 1.5 \times 10^{-3}}{2.65 \times 10^7}$$

$$T = 3.55 \times 10^{-10} s$$

-4 المسافة بين كل لفتين متجاورتين (d)

$$d = v_{\parallel} T$$

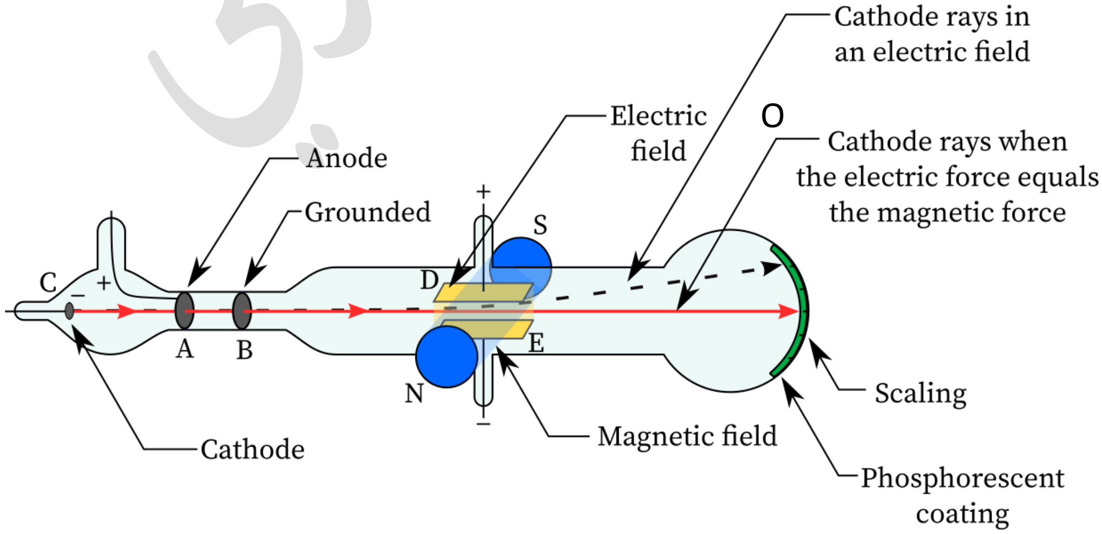
$$= 4.64 \times 10^{5} \times 3.55 \times 10^{-10}$$

$$d = 15.8 \times 10^{-5}\ m$$

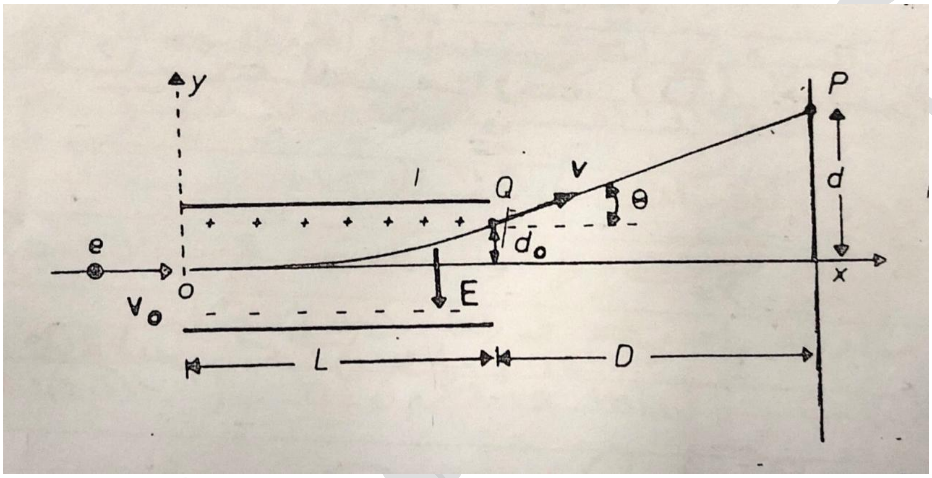
تجربة ثومسون لقياس (e/m) (Thomason's Experiment)

استطاع العالم الانكليزي ثومسون في عام 1897 ان يقيس النسبة بين شحنة وكتلة الالكترون (e/m) ما كان يدعى في ذلك الوقت بالأشعة الكاثودية او المهبطية ((Cathode ray والتي تسمى اليوم بالإلكترونات، وذلك بتطبيق العلاقات الرياضية التي تعبر عن سلوك الجسيمات المشحونة عندما تقع تحت تأثير المجالات الكهربائية والمغناطيسية.

يتكون الجهاز الذي استعمله ثومسون من انبوبة زجاجية مفرغة تفريغاً جيداً من الهواء وتحتوي على بضعة اقطاب القطب(C) يدعى بالكاثود، ومنه تنبعث الالكترونات. اما القطب (A) فيدعى بالآنود واليه تندفع الالكترونات وتصطدم به. ولكن قسماً من هذه الالكترونات تمر عبر ثقب تصل الى قطب آخر (B) يحتوي على ثقب ايضاً. وبذلك تتكون حزمة ضيقة من الالكترونات تمر بين لوحين متوازيين، وبعد ذلك تصطدم بشاشة متفلورة (fluorescent screen) في نهاية الانبوبة كما موضع في الشكل. حيث تظهر بقعة مضيئة على الشاشة تدل على موضع اصطدام حزمة الالكترونات بها.



لقد استفاد ثومسون من حقيقة تأثر الجسيمات المشحونة بالمجالات الكهربائية والمغناطيسية، فاستخدم اولاً فرق جهد بين اللوحين المتوازيين، فنتج عن ذلك مجال كهربائي بين اللوحين شدته (E). فلو فرضنا ان اتجاه المجال كان نحو الاسفل، لكانت النتيجة انحراف البقعة المضيئة على الشاشة من O الى 'O . وهذا يدل دلالة واضحة على ان الاشعة المهبطية هي جسيمات سالبة الشحنة يؤثر عليها المجال الكهربائي بقوة $(F = eE)$ فتنحرف عن مسارها الاصلي نحو الاعلى. ولو كانت الشحنات موجبة لانحرفت نحو الاسفل. ان مقدار الانحراف الذي يحدث على الشاشة المتفلورة (d) يمكن ايجاده كالتالي:



نفرض ان حركة الالكترون هي مشابهة لحركة الجسيم المقذوف افقياً في مجال الجاذبية الارضية. وعليه يمتلك الالكترون حركتان افقية باتجاه المحور X وهي حركة ذات سرعة ثابتة وحركة عمودية باتجاه المحور Y وهي حركة ذات تعجيل ثابت.

ان المسافة الافقية (x)التي يقطعها الالكترون بعد زمن قدره (t) تكون:

$$x = v_0 t$$

اما المسافة العمودية (y) التي يقطها الالكترون خلال نفس الزمن:

$$y = \frac{1}{2} a t^2 \Longrightarrow y = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^2$$

وبالتعويض عن (t) نحصل على:

$$y = \frac{eE}{2mv_0^2} x^2$$

ولحساب مقدار الانحراف (d) على الشاشة نفترض ان طول اللوحين المتوازيين هو (L). ثم نجد زاوية الانحراف (θ) وذلك بحساب ميل المسار:

$$tan\theta = \frac{dy}{dx}_{|x=L}$$

$$\tan\theta = \frac{2Eex}{2mv_0^2}_{|x=L}$$

$$\tan\theta = \frac{eEL}{mv_0^2}$$

ولو كانت الشاشة تبعد مسافة (D) عن اللوحين المتوازيين نجد ان:

$$\tan\theta = \frac{d}{D}$$

ومن هاتين المعادلتين نحصل على:

$$d = \frac{eELD}{mv_0^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (**)$$

وعند تطبيق مجال مغناطيسي عمودي ومتجه نحو الورقة وفي نفس منطقة المجال الكهربائي تتولد قوة مغناطيسية مقدارها ($F_B = qv_0B$) اتجاهها نحو الاسفل. اي بعكس اتجاه القوة الكهربائية وعند جعل القوة الكهربائية تساوي القوة المغناطيسية فأن:

$$F_e = F_B$$

$$eE = qv_0B \Rightarrow v_0 = \frac{E}{B}$$

وبالتعويض عن (v_0) بالمعادلة (**) نحصل على:

$$\frac{e}{m} = \frac{Ed}{LDB^2}$$

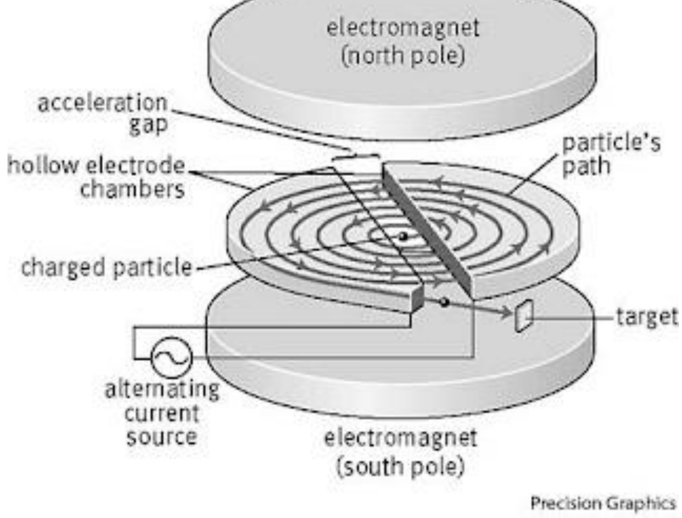
وبقياس الكميات في الجزء الايمن من المعادلة استطاع العالم ثومسن حساب (e/m) وحصل على نتيجة لا تختلف كثيراً عن القيمة المعتبرة في الوقت الحاضر.

$$\frac{e}{m} = 1.758 \times 10^{11}\ C/Kg$$

السايكلوترون The Cyclotron

في عام 1930 تمكن العالم الفيزيائي الاميركي لورنس من بناء جهاز السايكلوترون لتعجيل الجسيمات المشحون كالبروتونات Protonsو الديترونات Deuteronsواعطائها طاقة عالية.

- الفكرة التي بنى عليها هذا الجهاز هو تعجيل الجسيمات المشحونة بواسطة المجال الكهربائي ودورانها بمجال مغناطيسي منتظم.
- يتكون الجهاز من قرص معدني مشطور الى شطرين (D1,D2) مفرغين من الهواء ويفصل الجزئيين عن بعضهما فجوة.
- يسلط مجال مغناطيسي منتظم بصورة عامودية على مستوى القرص.
- يوضع في الفجوة بين جزئي القرصين مصدر للأيونات.
- يربط جزئي القرص الى فولتية متناوبة (Alternating Current) عالية جداً تصل الى $(10000\ V)$ او أكثر.
- فيحصل نصفا القرص على شحنة سالبة وموجبة بشكل متناوب.



- المصدر يبعث جسيمات موجبة الشحنة.
- سوف تنجذب هذه الشحنات الموجبة نحو الجزء السالب فتزداد سرعتها.
- حال دخول هذه الشحنات القرص لم يعد هناك قوة كهربائية مؤثرة (لان شدة المجال الكهربائي يساوي صفر داخل الموصل).
- لكنها تتأثر بالمجال المغناطيسي فتنشأ عليها قوة مغناطيسية تجعلها تسلك مساراً دائرياً.
- يكمل الجسيم المشحون نصف دورة وتنعكس فولتية جزء القرص فينجذب الجسيم نحو النصف الاخر.
- عند اجتيازه الفجوة وتزداد سرعته ويكتسب طاقة مقدارها (qV).
- حسب المعادلة $R = \frac{mv}{qB}$ يعمل الجسيم المسرع نصف قطر أكبر حسب العلاقة السابقة
- الزمن هو نفسه على الرغم من زيادة نصف القطر لان عدد الدورات (f) للجسيم لا يعتمد على السرعة (v).
- اقصى نصف قطر للمسار الدائري هو نصف قطر الجهاز (R) واقصى سرعة يمكن الحصول عليها حسب العلاقة:

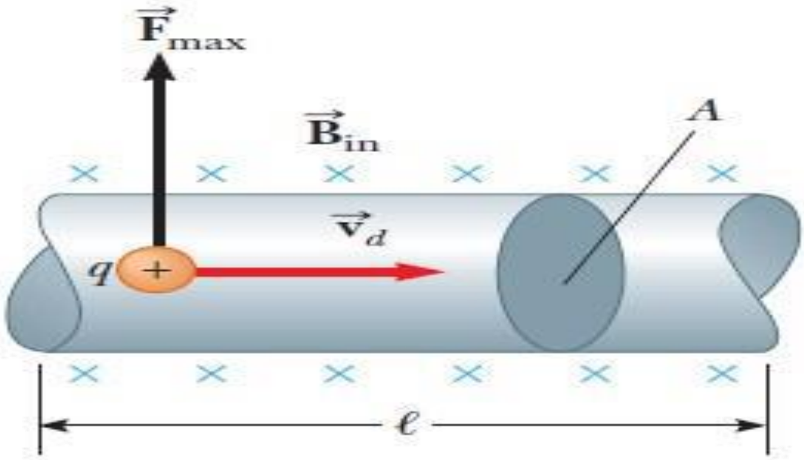
$$v_{max} = \frac{qBR}{m}$$

- يجب ان تنعكس الفولتية بفترات منتظمة ومساوية للزمن الذي تستغرقه الجسيمات لعمل نصف دورة داخل الجهاز.
- تردد الفولتية المستخدمة (f_o) مساوياً لتردد الجسيم عند دورانه في المجال المغناطيسي.

$$f_o = f = \frac{qB}{2\pi m}$$

القوة المغناطيسية المؤثرة على التيار الكهربائي:

ان التيار الكهربائي هو سيل من الشحنات المتحركة في وسط موصل وبما ان المجال المغناطيسي يؤثر بقوة جانبية على الشحنات المتحركة فمن الطبيعي ان يؤثر بقوة جانبية ايضاً عن السلك الموصل الذي يحمل تياراً كهربائياً. الشكل ادناه يبين جزءاً من سلك موصل طوله (L) ويحمل تياراً قدره (I) وموضوعاً بصورة عمودية على مجال مغناطيسي منتظم.



نفرض ان التيار في هذا السلك ينقل بواسطة الالكترونات الطليقة وان عدد هذه الالكترونات لوحدة الحجم من السلك هو (n) وان هذه الالكترونات تتحرك بسرعة تسمى سرعة الانجراف (v_d) وعليه فأنها تتأثر بقوة مغناطيسية مقدارها:

$$f = ev_dB \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.1$$

لإيجاد مقدار (v_d) نفرض ان السلك الموصل طوله (L) ومساحة مقطعه (A) فان مجموع الالكترونات الطليقة التي يحتويها هذا الجزء من السلك تكون $N = nAL$

$$q = Ne = nALe$$

$$I = \frac{q}{t} = \frac{nALe}{t} \Rightarrow t = \frac{nALe}{I}$$

$$\because v_d = \frac{L}{t}$$

$$\therefore \boldsymbol{v_d} = \frac{\boldsymbol{I}}{\boldsymbol{nAe}}$$

بالتعويض عن (v_d) في المعادلة (1):

$$f = e \times \frac{I}{nAe} \times B$$

بما ان عدد الالكترونات الطليقة التي يحتويها السلك تساوي:

$$N = nAL$$

نجد ان القوة الكلية المؤثرة على الالكترونات:

$$F = Nf \Rightarrow F = nAL \times \frac{eI}{nAe} B$$

$$\boxed{F = ILB}$$

- ان هذه المعادلة تنطبق على الحالة الخاصة التي يكون فيها السلك عمودياً على المجال. الا ان التعبير الرياضي الاعم للقوة عندما يصنع السلك المستقيم زاوية (θ) مع المجال فيكتب بصيغة المتجهات كالاتي.

$$F = I\vec{L} \times \vec{B} \Rightarrow F = ILB\sin\theta$$

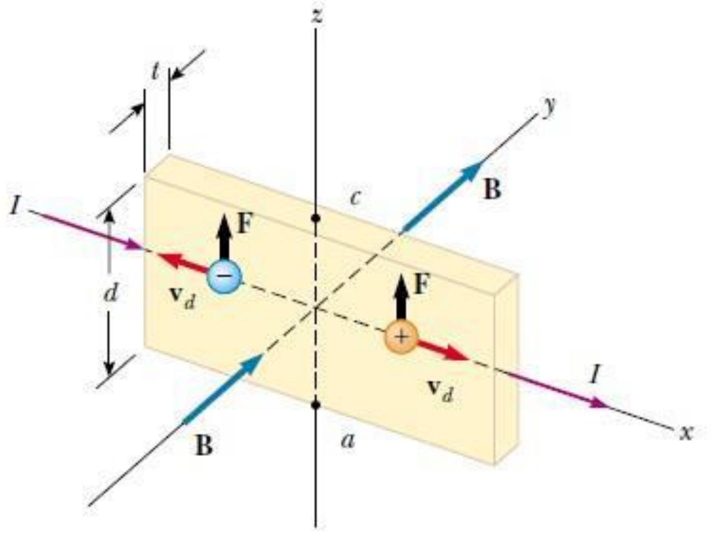
- ان اقصى قيمة للقوة نحصل عليها عندما يكون السلك عمودياً على المجال $(\theta=90°)$. وتصبح القوة تساوي صفر عندما يكون السلك موازياً للمجال $(\theta=0)$.
- يمكن حساب القوة المؤثرة على الاسلاك غير المستقيمة وذلك بإيجاد القوة التي تنشأ على عنصر تفاضلي من السلك طوله (dL) حيث ان:

$$d\vec{F} = I\, d\vec{L} \times \vec{B}$$

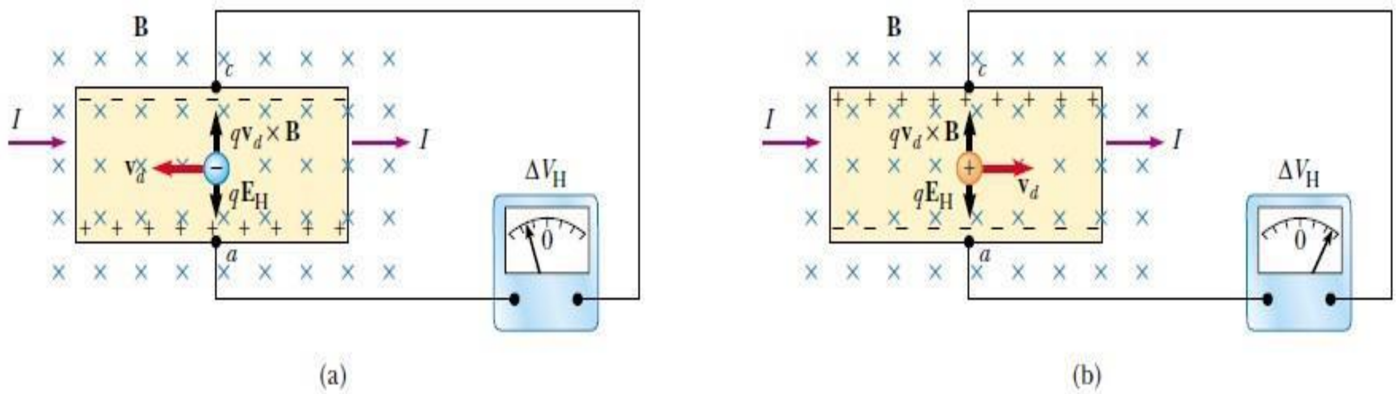
ومن ثم تكامل هذه المعادلة فنحصل على القوة المؤثرة على السلك بأجمعه.

تأثير هال Hall Effect

واحد من تطبيقات تفسير تأثر الشحنات الكهربائية المتحركة بالمجال المغناطيسي المسلط، فقد اكتشف العالم الامريكي هال (1855-1929) انه لو وضع لوح معدني في مجال مغناطيسي بصورة عمودية عليه وامرار تيار كهربائي فيه لنشأ فرق جهد بين حافتي اللوح كما الشكل التالي:



- من هذه الظاهرة يمكن الاستدلال على نوعية ناقلات الشحنة charge carriers سالبة ام موجبة كذلك عددها في الموصلات.
- نفرض ان لوح من النحاس يحمل تيار قدره (I).
- ان الالكترونات الطليقة سوف تندفع باتجاه معاكس للتيار وبسرعة انجراف drift velocity (v_d) باتجاه عمودي على المجال المغناطيسي.



- نشوء قوة مغناطيسية على هذه الالكترونات (F_B) اتجاهها نحو الاسفل.
- هذه القوة تعمل على تجميع الالكترونات في الطرف الاسفل من اللوح فيكون سالب الشحنة.
- بالمقابل يحدث نقصان في الالكترونات في الطرف العلوي من اللوح.
- ينشأ مجال كهربائي بين طرفي اللوح ينمو تدريجياً ويسمى هذا المجال بمجال هال (E_H).
- يحدث اتزان الكهربائي عندما تتساوى القوة المغناطيسية المؤثرة على الالكترونات مع القوة الكهربائية الناتجة عن مجال هال.

$$eE_H = ev_dB$$

$$E_H = v_dB$$

$$V_H = E_HL = v_dBL$$

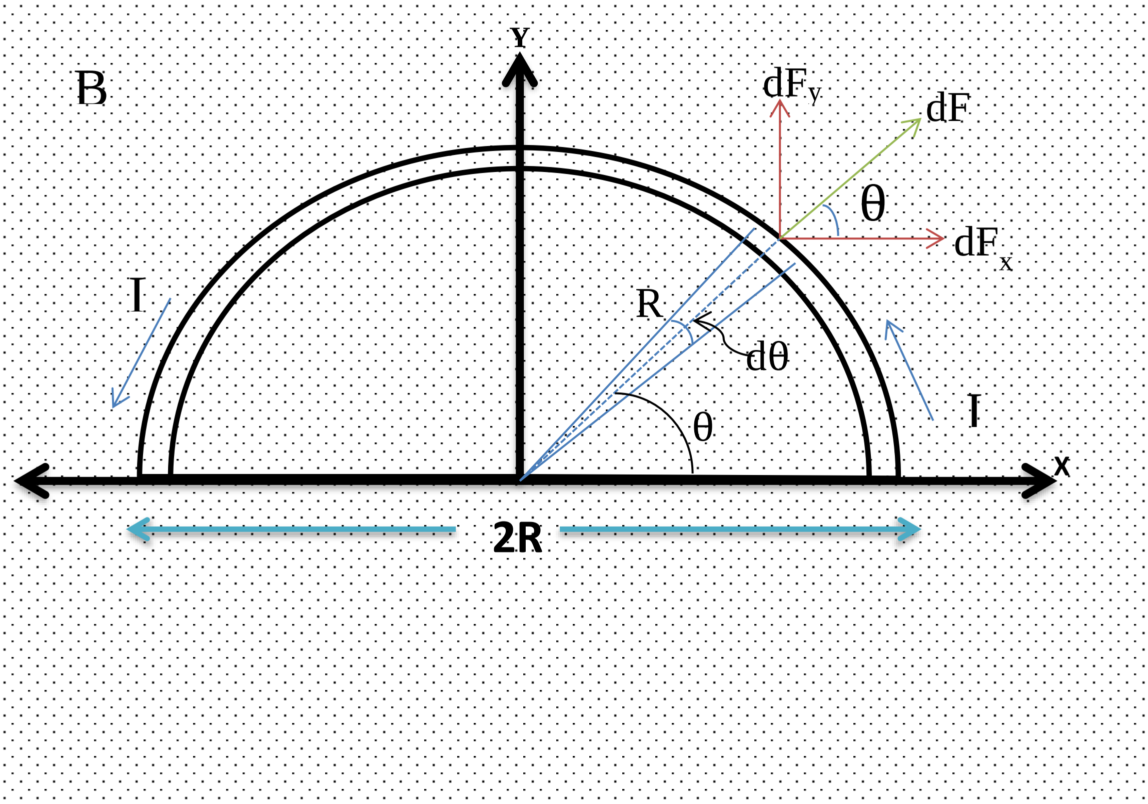
- من فولتية هال يمكن الاستدلال على اشارة ناقلات الشحنة في مختلف الموصلات حيث ان الالكترونات هي المسؤولة عن نقل التيار.
- في اشباه الموصلات يكون الجهد السفلي للوح يكون اعلى من الجهد عند الحافة العليا.
- ناقلات الشحنة في اشباه الموصلات والحديد والخارصين والكوبلت تكون موجبة وليست سالبة.
- هذا يعني ان سرعة انجراف الشحنات الموجبة باتجاه التيار.
- استفيد من ظاهرة تأثير هال في حساب عدد الناقلات لوحدة الحجوم (n) كالتالي:

$$V_H = \left(\frac{j}{ne}\right)BL$$

$$n = \frac{jBL}{eV_H}$$

مثال:

اوجد مقدار القوة التي تنشأ على سلك بشكل نصف دائرة نصف قطرها (R) ويحمل تياراً مقداره (I) وموضوعاً بصورة عمودية في مجال مغناطيسي منتظم (B) كما في الشكل:



الحل:

ان القوة المؤثرة على العنصر dl

$$dF = IB\,dL$$

$$d\theta = \frac{dl}{R} \Rightarrow dL = R\,d\theta$$

$$\therefore dF = IBR\,d\theta$$

نحلل القوة الى مركبتين

$$F_y = \int dF_y = \int dF \sin\theta$$

$$= \int_0^{\pi} IBR(d\theta)\sin\theta$$

$$= IBR\int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta$$

$$= IBR[-\cos\theta]_0^{\pi} = -IBR[(-1)-(1)]$$

$$F_y = 2IBR$$

اما المركبة الافقية فتصبح:

$$F_x = \int dF_x = \int_0^{\pi} dF\cos\theta$$

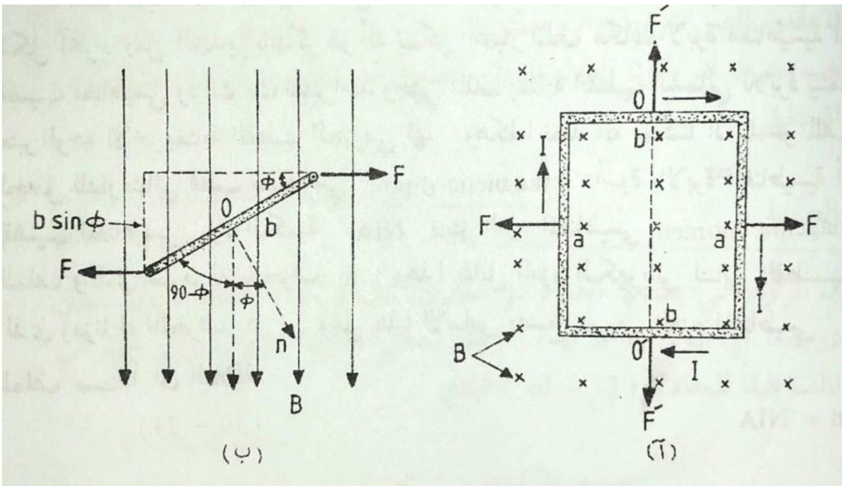
$$F_x = 0$$

وهذا واضح من التناظر حيث ان المركبات الافقية المؤثرة على عناصر النصف الاول تمحي نظيراتها من عناصر الجزء الاخر من السلك لكونها متعاكسة في الاتجاه، لذا فان القوة الكلية المؤثرة على السلك هي:

$$F = 2IBR$$

العزم الدوراني المؤثر على ملف يحمل تياراً

الشكل التالي يمثل ملفاً مستطيل الشكل يتكون من لفة واحدة موضوعاً بصورة عمودية في مجال مغناطيسي منتظم، اي ان العمود المقام على مستوي الملف يصنع زاوية قدرها صفراً مع اتجاه المجال.



لنفرض ان الملف يحمل تياراً قدره (I) وان المجال عمودياً على الاضلع الاربعة للمستطيل فان كل من الضلعين المؤشرين بالحرف a سيتأثران بقوة مقدارها $(F = IaB)$ وان كل من الضلعين الاخريين b سيتأثران بقوة مقدارها $(F' = IbB)$.

لذا يصبح التالي:

- محصلة القوة المؤثرة على الملف صفراً.
- العزم الدوراني المؤثر على الملف صفراً ايضاً. لماذا؟

وذلك لان كل قوتين متقابلتين تعملان على خط العمل نفسه.

والان على فرض ان الملف دار قليلاً حول المحور (O'O) بحيث أصبح العمود المقام على مستواه يصنع زاوية قدرها Ø مع اتجاه المجال وعليه:

- ان المجال سيبقى عمودياً على الضلعين (a) وان القوة المؤثرة على كل من هذين الضلعين ستبقى محافظة على قيمتها وهي:

$$F = IaB$$

- ولكن المجال سيصنع زاوية قدرها $(90 - \emptyset)$ مع الضلعين (b) وعليه تصبح القوة المؤثرة على كل منهما تساوي:

$$F' = IbB \sin(90 - \emptyset)$$

- بعد هذه العملية تبقى محصلة القوة المؤثرة على الملف صفراً
- الا ان العزم الدوراني المؤثر عليه حول المحور (O'O) لم يعد يساوي صفر. لماذا؟
- ان هاتان القوتان تشكلان ما يسمى بالمزدوج couple.
- الان العزم الدوراني لهذا المزدوج يساوي حاصل ضرب احدى القوتين في المسافة العمودية بين خطي عملهما. اي ان:

$$\tau = (IaB)(b\ sin\emptyset)$$

- المسافة العمودية بين هاتين القوتين في هذه الحالة تساوي $(b\ sin\emptyset)$.
- الكمية (ab) تساوي مساحة المستطيل (A) لذا فان العزم الدوراني المؤثر على الملف يصبح:

$$\boxed{\tau = IAB\ sin\emptyset}$$

$\emptyset$: الزاوية المحصورة بين العمود على مستوي الملف واتجاه المجال.

يمكن كتابة العزم الدوراني بالصيغة الاتجاهية التالية:

$$\boxed{\vec{\tau} = I\ \vec{A} \times \vec{B}}$$

$\vec{A}$: متجه المساحة.

- إذا كان الملف مكون من عدد من اللفات ولتكن N فان العزم الدوراني يتضاعف بقدر عدد اللفات ليصبح:

$$\tau = (\mathrm{NIA})B\ sin\emptyset$$

- العلاقة اعلاه تعتبر صيغة عامة لأي شكل من اشكال الملف.
- يمكن اعتبار أحد اوجه الملف مكافئ للإبرة المغناطيسية وعليه يمكن تسمية الملف الحامل للتيار بثنائي القطب المغناطيسي magnetic dipole وان المقدار (NIA) تمثل العزم المغناطيسي magnetic torque والذي يرمز له بالرمز (m) وهو يقابل العزم الكهربائي لثنائي القطب والذي يرمز له (p).

$$\boxed{m = NIA}$$

$$\therefore \tau = mB\ sin\emptyset$$

$$or$$

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}$$

- ❖ اشتق وحدة العزم الدوراني **τ**.(H.W.)

مسائل الفصل الاول

س1: دخل بروتون المجال المغناطيسي الارضي فوق الاستواء بسرعة عمودية على المجال قدرها $(10^7 m/s)$. احسب مقدار القوة الجانبية التي تنشأ عليه علماً بان شدة المجال المغناطيسي الارضي في تلك المنطقة تساوي $(1.3 \times 10^{-7} T)$. ثم قارن هذه القوة مع قوة جذب الارض للبروتون.

س2: أُطلق جسيم كتلته (0.5 g) بسرعة افقية قدرها $(6 \times 10^4 m/s)$ وشحنته $(2.5\ \mu C)$ ما مقدار المجال المغناطيسي الذي يجب تسليطه لكي يستمر الجسيم متحركاً بالاتجاه الافقي نتيجة تعادل قوة الجاذبية الارضية مع القوة المغناطيسية؟.

س3: عُجل الكترون خلال فرق جهد مقداره (182 v) فاذا سلط مغناطيس منتظم مقداره $(0.01\ T)$ بصورة عمودية على اتجاه حركة الالكترون. ما مقدار القوة المغناطيسية الجانبية المؤثرة على الالكترون؟

س4: إذا علمت ان شدة المجال المغناطيسي الارضي في منطقة ما على سطح الارض تساوي $(3.5 \times 10^{-5} T)$ وان زاوية الميل المغناطيسي في هذه المنطقة مقدارها $30°$. احسب الفيض المغناطيسي خلال سطح افقي مساحته $150\ cm^2$.

س5: برهن على ان وحدة الفيض المغناطيسي (الويبر) تعادل (فولت×ثانية) $wb = V.s$.

س6: حلقة دائرية قطرها $(40\ cm)$ وضعت بصورة عمودية في مجال مغناطيسي منتظم شدته (0.5T) ما مقدار الفيض المغناطيسي الذي يخترق الحلقة. كم يصبح مقدار الفيض المغناطيسي عندما يصنع المجال المغناطيسي زاوية (37°) مع مستوى الحلقة؟.

س7: قذف الكترون في مجال مغناطيسي بصورة عمودية عليه فصنع مسارا دائرياً نصف قطره $(1.2\ cm)$ احسب الفيض المغناطيسي خلال المسار الدائري للإلكترون إذا علمت ان سرعة الالكترون كانت $(10^6\ m/s)$.

س8: دخل الكترون طاقته (10 Kev) بصورة عمودية في مجال كهربائي منتظم شدتـــــه $(10^4$ V/m) ما مقدار اصغر مجال مغناطيسي يمكن تسليطه بحيث يستمر الالكترون متحركاً بنفس اتجاهه الاصلي دون اي انحراف؟ أهمل قوة جاذبية الارض للإلكترون.

س9: أطلقت حزمة من الالكترونات بسرعة ($10^6\ m/s$) بصورة عمودية على مجال مغناطيسي منتظم. فاذا علمت ان هذه الالكترونات صنعت مسارا دائرياً نصف قطره (0.1 m) احسب شدة المجال المغناطيسي وكذلك عدد الدورات التي تعملها الالكترونات في الثانية الواحدة.

س10: وضع ملف مستطيل الشكل طوله (8 cm) وعرضه (5 cm) بصورة موازية لمجال مغناطيسي منتظم شدته (0.15 T) فاذا علمت ان الملف مكون من عشر لفات ويحمل تيار مقداره (1A) ما مقدار:

a) العزم الدوراني للملف؟
b) العزم المغناطيسي؟
c) اقصى عزم دوراني يمكن ان يولده هذا المجال على ملف يحمل نفس مقدار التيار؟ علماً ان الطول الكلي المصنوع منه الملف مساوياً لطول سلك الملف المستطيل.

س11: احسب مقدار القوة المؤثرة على سلك طوله (1 m) ويحمل تيار قدره (10 A) ويصنع زاوية قدرها (30°) مع مجال مغناطيسي شدته (1.5 T).

س12: سلك من الالمنيوم يمتد افقياً من الشرق الى الغرب في المجال المغناطيسي الارضي فوق منطقة خط الاستواء. احسب مقدار كثافة التيار اللازم امراره في هذا السلك بحيث تتعادل القوة المغناطيسية المؤثرة عليه مع قوة جذب الارض له اذا علمت ان شدة المجال المغناطيسي في تلك المنطقة تساوي ($7 \times 10^{-5} T$) وان كثافة الالـــمنيوم هي ($2.7 \times 10^3 kg/m^3$).

الفصل الثاني

اجهزة قياس التيار المستمر

الكلفانومترات ومبدأ دي ارسونفال

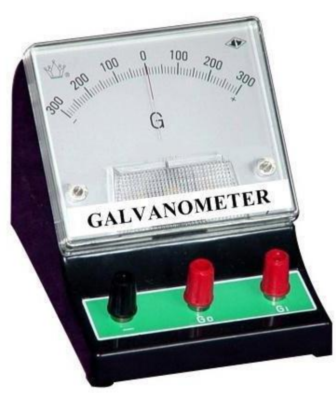
- على الرغم من امكانية استخدام التأثيرات الحرارية كوسيلة للكشف عن التيار او قياسه الا ان أفضل وسيلة وأسهلها استخداماً هي التأثيرات المغناطيسية.
- ان الاجهزة التي تستخدم التأثيرات المغناطيسية لغرض الكشف عن التيار المستمر تدى الكلفانومترات.
- تعتمد الكلفانومترات في تصميمها على مبدأ دي ارسونفال في الحركة الزاوية (D'Arsonval movement) . فعندما يوضع ملف مستطيل الشكل في مجال مغناطيسي ثابت المقدار والاتجاه ناشئ عن مغناطيس دائم ينشأ عزم مغناطيسي دوراني على الملف حال مرور تيار فيه، ومن الطبيعي يحدث انحراف زاوي للملف فيما لو ترك يدور بحرية. ان مقدار الانحراف الزاوي للملف الناتج عن مرور التيار في الملف يعد بمثابة قياس للتيار المار فيه هذا إذا هو الاساس الذي بموجبه تصمم الكلفانومترات التي تعمل على مبدأ دي ارسونفال.
- ان العزم المغناطيسي الدوراني المؤثر على ملف عدد لفاته (N) ومساحته (A) موضوع في مجال مغناطيسي منتظم شدته (B) يعطى بالعلاقة:

$$\tau = \mathrm{NIAB}\ \sin\emptyset$$

من المعادلة يتبين ان الكميات (N,A,B) هي مقادير ثابتة وعليه فان مقدار العزم يعتمد على التيار (I) والزاوية ($\emptyset$) .

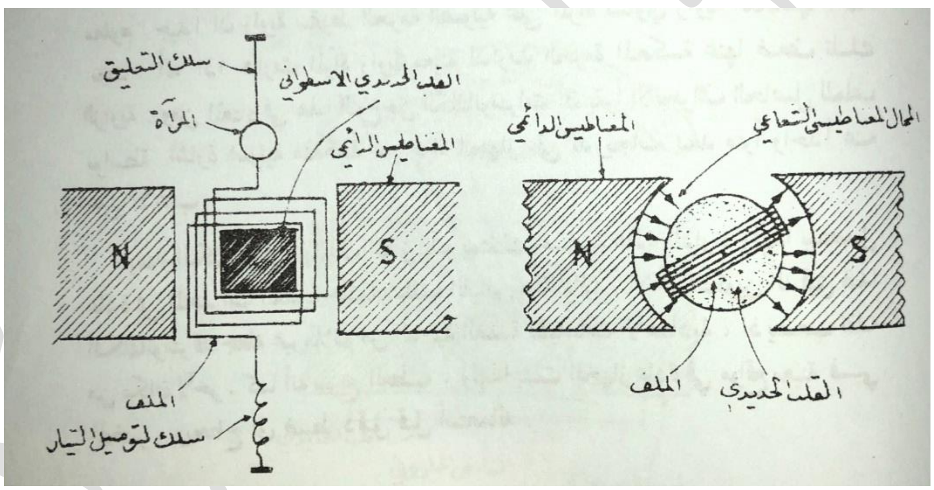
- لكي يبقى العزم كدالة للتيار يصنع المجال بشكل شعاعي حيث يكون مستوى الملف دائماً موازي لاتجاه المجال اي تكون الزاوية ($\emptyset = 90$) دائماً وهذا يعني ان العزم يساوي:

$$\tau = \mathrm{NIAB}$$



1- الكلفانومتر ذو الملف المعلق

- يتكون هذا الكلفانومتر من ملف مصنوع من سلك دقيق ملفوف على إطار خفيف مستطيل الشكل ومعلق بواسطة سلك بحيث يمكن ان يدور بحرية في الفجوة الهوائية المحصورة بين القلب الاسطواني وقطبي المغناطيس.
- يتكون الملف عادة من عدد يتراوح بين العشرة والعشرين لفة اما سلك التعليق فيصنع من سلك او شريط دقيق من مادة موصلة للتيار يقوم هذا السلك بتوصيل التيار الكهربائي الى الملف، كذلك يقوم بتوليد عزم دوراني مرجع عندما ينحرف الملف عن موضع الاتزان. وتربط النهاية الاخرى للملف بسلك لولبي مرتخ، تنحصر فائدته فقط بتوصيل التيار الى الدائرة الخارجية. وليس له دور في السيطرة على حركة الملف.
- عند مرور التيار في ملف الكلفانوميتر ينشأ في الحال عزم مغناطيسي دوراني ونتيجة لهذا العزم يدور الملف حول محور شاقولي لكنه ينشأ في الوقت نفسه عزم مضاد ناتج عن لي سلك التعليق وعليه سوف يقف الملف ويستقر عند موضع يتعادل فيه العزم المغناطيسي مع عزم اللي.



- لنفرض ان الزاوية التي انحرف فيها الملف تساوي (α) بوحدة الزاوية النصف القطرية وان ثابت اللي لسلك التعليق (k) وهو العزم الدوراني اللازم للي السلك زاوية نصف قطرية واحدة. عندئذٍ يصبح العزم المرجع عند هذا الانحراف مساوياً لـ $(k\alpha)$. لذا فان شرط حدوث الاتزان هو:

$$NIAB = k\alpha$$

$$\boxed{\therefore I = \left(\frac{k}{NAB}\right)\alpha}$$

- بمعنى ان التيار المار في الكلفانومتر يتناسب طردياً مع الانحراف الزاوي الحاصل لملفه.
- يمتاز الكلفانومتر ذو الملف المعلق بأنه يمتلك حساسية عالية للتيار.

مثال:

كلفانومتر ذو ملف معلق يمتلك ملفاً مكوناً من (200 لفة) ملفوف على اطار مستطيل مساحة سطحه ($2\ cm^2$) موضوع في مجال مغناطيسي منتظم شدته ($0.4\ T$) . إذا علم ان ثابت اللي لسلك التعليق ($4\times10^{-8}\ Nm/deg$). احسب مقدار التيار الذي يمر فيه الملف اذا احدث انحرافاً مقداره ($20°$).

الحل:

$$\tau = k\alpha$$

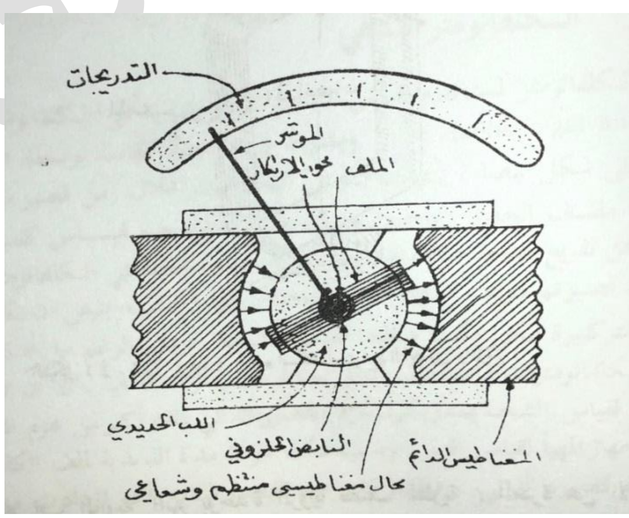
$$NIAB = k\alpha \Rightarrow I = \frac{k\alpha}{NAB}$$

$$I = \frac{4 \times 10^{-8} \times 20}{200 \times 2 \times 10^{-4} \times 0.4}$$

$$I = 5 \times 10^{-5} A \Rightarrow 50\ \mu A$$

2- الكلفانومتر ذو الملف المرتكز

لا يختلف هذا الكلفانومتر من حيث المبدأ عن نظيره الكلفانومتر ذو الملف المعلق كثيراً, سوى في شيء واحد هو ان الملف غير معلق في المجال المغناطيسي الدائم.



- الملف مرتكز على محوريين مخروطين من مادة صلبة جداً بحيث يمكن ان يدور بحرية داخل المجال ان هذا النوع من التكوين يجعل الجهاز أكثر متانة وملائم للاستعمال من الناحية العملية.
- يتصل بالملف نابضان حلزونيان فائدتهما توليد العزم المرجع بدلاً من سلك التعليق وتوصيل التيار من والى الملف.
- ثابت اللي للنابض أكبر من ثابت لي سلك التعليق للتغلب على عزم الاحتكاك عند نقطتي الارتكاز ولهذا السبب يكون هذا الجهاز اقل حساسية للتيار من الكلفانومتر ذو الملف المعلق.
- لا يتحسس عادة للتيار الذي تقل قيمته عن مايكرو امبير واحد، لاحظ الشكل التالي.

3- الكلفانومتر القذفي

ان الكلفانومتر المستخدم لقياس الشحنة الكهربائية يدعى بالكلفانومتر القذفي (Ballistic galvanometer).

- يشترط في الشحنة المقاسة ان تكون على شكل نبضة اي تمر في الكلفانومتر خلال زمن قصير مقارنة مع مدة ذبذبة ملف الجهاز، ولهذا يستخدم هذا الكلفانومتر في قياس كمية الشحنة الناتجة عن تفريغ متسعة مشحونة.
- الكلفانومتر القذفي مصمم خصيصاً لقياس الشحنة يمتاز بكون عزم القصور الذاتي لملفه أكبر من عزم القصور الذاتي لملف الجهاز المهيأ لقياس التيار، بسبب ان مدة ذبذبة ملف الكلفانومتر تعتمد على عزم قصوره الذاتي فكلما كان عزم القصور الذاتي اكبر ازدادت مدة الذبذبة.
- فعند ارسال نبضة من الشحنة في الكلفانومتر سيؤدي الى مرور تيار في ملفه ومن ثم حدوث انحراف فيه ولإيجاد العلاقة بين كمية الشحنة التي تمر فيه وذروة الانحراف التي تحصل للملف نأخذ كلفانومتراً قذفياً ونفرض ان عدد لفات ملفه (N) ومساحة وجه الملف (A) وعزم قصوره الذاتي (J) فان العزم المغناطيسي المؤثر على الملف عند اية لحظة من لحظات مرور التيار يساوي:

$$\tau = NiAB$$

وباستخدام قانون نيوتن الثاني في الحركة الدورانية:

$$\tau = \mathrm{J}\frac{d\omega}{dt}$$

ω : السرعة الزاوية الانية للملف في اللحظة التي تكون فيه قيمة التيار (i).

$$\tau\ \mathrm{dt} = \mathrm{J\ d\omega}$$

$$NiAB\ dt = J\ d\omega \dots\dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

لحظة بداية التفريغ للشحنة $(t = 0)$ فان $(\omega = 0)$.

وعندما $(t = t')$ انتهت عملية تفريغ الشحنة فان الملف يكتسب سرعة زاوية $(\omega = \omega')$ فعند اخذ التكامل لطرفي المعادلة (1) ينتج:

$$NAB \int_0^{t'} i\,dt = J \int_0^{\omega'} d\omega$$

ولكن الكمية $(\int_0^{t'} i\,dt)$ تعني كمية الشحنة (Q).

$$\therefore NABQ = J\omega'$$

$$\omega' = \frac{NAB}{J} Q \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(2)$$

ان المعادلة (2) تعني ان السرعة الزاوية التي يكتسبها ملف الكلفانومتر القذفي تتناسب طردياً مع كمية الشحنة التي تمر فيه عند كل لحظة.

اي ان عند مرور شحنة قدرها (Q) في الكلفانومتر يكتسب الملف طاقة حركية تساوي:

$$K.E. = \frac{1}{2} J\omega^2$$

$$\therefore K.E. = \frac{N^2A^2B^2}{2J} Q^2$$

وعندما يصل الملف الى ذروة انحرافه تتحول الطاقة الحركية بأكملها الى طاقة كامنة المتمثلة بطاقة التواء السلك. وإذا فرضنا ان زاوية الانحراف القصوى للملف تساوي (α_o) فان:

$$P.E. = \frac{1}{2} k\alpha_o^2$$

$$\therefore \frac{N^2A^2B^2}{2J} Q^2 = \frac{k\alpha_o^2}{2}$$

$$\boxed{Q = \frac{\sqrt{kJ}}{NAB} \alpha_o}$$

المعادلة اعلاه تعني ان ذروة الانحراف الذي يحصل لملف الكلفانومتر القذفي تتناسب طردياً مع كمية الشحنة التي تمر فيه على شكل نبضة.

مثال:

شحنت متسعة $(1\mu F)$ بواسطة بطارية $(1.5\ \mathrm{v})$ ثم افرغت الشحنة في كلفانومتر قذفي محدثتاً انحراف للملف بلغت قيمته القصوى $(0.05\ \mathrm{rad})$ وإذا كانت عدد لفات ملف الكلفانومتر $(N = 20)$ ومساحة مقطعه $(4\ \mathrm{cm^2})$ وشدة المجال $(B = 0.1\ \mathrm{T})$ وثابت اللي $(k = 6 \times 10^{-12}\ \mathrm{N.m/rad})$. احسب عزم القصور الذاتي للملف.

الحل:

$$Q = CV$$

$$= 1 \times 10^{-6} \times 1.5 = 1.5 \times 10^{-6}$$

$$Q = \frac{\sqrt{kJ}}{NAB}\alpha_o$$

$$1.5 \times 10^{-6} = \frac{\sqrt{6 \times 10^{-10} \times J}}{20 \times 4 \times 10^{-4} \times 0.1} \times 0.05$$

$$2.4 \times 10^{-8} = \sqrt{6 \times 10^{-10} J}$$

$$5.76 \times 10^{-16} = 6 \times 10^{-10} \times J$$

$$J = \frac{5.76 \times 10^{-16}}{6 \times 10^{-10}}$$

$$\therefore J = 9.6 \times 10^{-7}\ kg.m^2$$

حساسية الكلفانومتر

قد أشرنا سابقا ان الكلفانومترات تتباين بالحساسية وعلى سبيل المثال ان الكلفانومترات ذات الملف المعلق أكثر حساسية من الكلفانومترات ذات الملف المرتكز، وعليه فان حساسية الكلفانومترات ترتبط بمقدار الانحراف الذي تسجله الاشارة الضوئية او مؤشر الجهاز، وهناك ثلاث اصناف من المفاهيم المتعلقة بحساسية الكلفانومترات وهي:

1. حساسية الكلفانومتر للتيار

تعرف حساسية الكلفانومتر للتيار بانها مقدار الانحراف الحاصل للإشارة الضوئية عندما يمر تيار قيمته امبير واحد ويقرا الانحراف الحاصل للإشارة الضوئية المنعكسة عن مرآة الكلفانومتر على مسطرة مدرجة تبعد مسافة عادة مسافة قدرها مترا واحداً عن المرآة.

يقاس الانحراف بالمليمترات، وبهذا تصبح حساسية الكلفانومتر للتيار وفق العلاقة:

$$S_I = \frac{d(mm)}{I_G(\mu A)}$$

(I_G) التيار المار في ملف الكلفانومتر مقاساً بوحدات المايكرو أمبير.

(d) انحراف الاشارة الضوئية الناتج عن ذلك التيار مقاساً بالمليمترات.

ولإيجاد العلاقة التي تربط بين حساسية الكلفانومتر للتيار والمقادير الثابتة المعبرة عن تكوين الكلفانومتر ونقصد بها ثابت لي سلك التعليق ومساحة الملف وعدد لفاته وشدة المجال المغناطيسي الدائم، فتصبح العلاقة كالتالي:

$$S_I = 2 \times 10^{-3}\ \frac{NAB}{K}$$

2. حساسية الكلفانومتر للفولتية

مقدار الانحراف الذي يحصل للإشارة الضوئية للكلفانومتر عندما يسلط على طرفيه فرق جهد قدره مايكرو فولتا واحداً، فيما إذا كانت المسطرة المدرجة التي تتجمع عليها الاشارة الضوئية تقع على بعد يساوي متراً واحداً من مرآة الكلفانومتر، لذا:

$$S_V = \frac{d(mm)}{V_G(\mu V)}$$

ويمكن كتابة علاقة حساسية الكلفانومتر للفولتية بشكل اخر بالاعتماد على حساسية الكلفانومتر للتيار بالشكل التالي:

$$S_V = \frac{S_I}{R_G}$$

3. حساسية الكلفانومتر للشحنة

انها الذروة الانحراف الحاصل لإشارة الكلفانومتر الضوئية مقاسا بالمليمترات الناتج عن تفريغ شحنة فيه قدرها مايكرو كولوم واحداً اي بشرط ان تكون المسطرة المدرجة على بعد قدره متراً واحداً عن مرآة الجهاز. اي ان:

$$S_Q = \frac{d_o(mm)}{Q(\mu C)}$$

(d_o) تمثل القيمة في القصوى للانحراف (اي ذروة الانحراف) الناتج عن تفريغ الشحنة (Q) في الكلفانومتر.

وحيث يمكن ان نجد العلاقة التي تربط بين حساسية الكلفانومتر بثوابت مكونات الجهاز، كالتالي:

$$S_Q = \frac{2\pi}{T}\left(2 \times 10^{-3}\ \frac{NAB}{K}\right)$$

(T) مدة ذبذبة الملف المعلق بالكلفانومتر.

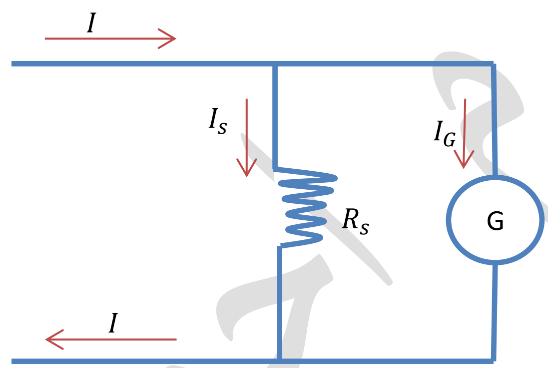
حيث ان الكمية المحصورة بين قوسين تساوي حساسية الكلفانومتر ذو الملف المعلق للتيار لذا:

$$S_Q = \frac{2\pi}{T}\ S_I$$

اميتر التيار المستمر

ان أكثر انواع الاميترات المستعملة لقياس التيار المستمر مستمدة من الكلفانومتر ذو الملف المرتكز. حيث إذا ما تمت معايرة الكلفانومتر أصبح الجهاز صالحاً لقياس مدى محدود من التيارات الضعيفة والتي لا تتجاوز بضع ملي امبيرات.

ولغرض استعمال الكلفانومتر لقياس تيارات عالية يتم توصيل مقاومة صغيرة جداً على التوازي مع ملف الكلفانومتر كما في الشكل ادناه وتسمى هذه المقاومة بالمجزئ (shunt) ويرمز لها بـ (R_s). وان قيمة المجزئ تعتمد على مقدار التيار المراد قياسه.



لإيجاد الصيغة الرياضية لمقاومة المجزئ نفرض ان:

I : القيمة العظمى لمدى التيار المراد قياسه بواسطة الاميتر.

I_G : تيار الانحراف الكلي للكلفانومتر.

R_G : مقاومة ملف الكلفانومتر.

I_s: تيار المجزئ .

R_s : مقاومة المجزئ.

بما ان مقاومة الكلفانوتر متصلة على التوازي مع مقاومة المجزئ.

$$\therefore I_s R_s = I_G R_G \Rightarrow R_s = \frac{I_G . R_G}{I_s}$$

$$I_s = I - I_G$$

$$\therefore R_s = \frac{I_G . R_G}{I - I_G}$$

مثال:

كلفانومتر ذو ملف مرتكز مقاومة ملفه (50Ω) وتيار الانحراف الكلي لملفه (500 μA). احسب:

a) مقاومة المجزئ اللازم لتحوير هذا الكلفانومتر الى اميتر يمتد مداه بين الصفر وخمسة امبيرات.
b) مقاومة الاميتر.

الحل:

:a

$$R_s = \frac{I_G . R_G}{I - I_G}$$

$$R_s = \frac{500 \times 10^{-6} \times 50}{5 - 500 \times 10^{-6}}$$

$$R_s = 0.005\Omega \Rightarrow R_s = 5 \times 10^{-3}$$

في الحالات التي يكون فيها I_G أصغر بكثير من (I) فان:

$$R_s = \frac{I_G . R_G}{I}$$

$$\frac{500 \times 10^{-6} \times 50}{5} \Rightarrow R_s = 5 \times 10^{-3}\Omega$$

:b

تتكون مقاومة الاميتر من مقاومتين متصلتين على التوازي هما R_G , R_s حيث ان:

$$\frac{1}{R_A} = \frac{1}{R_G} + \frac{1}{R_s}$$

$$\frac{1}{R_A} = \frac{R_G + R_s}{R_G . R_s}$$

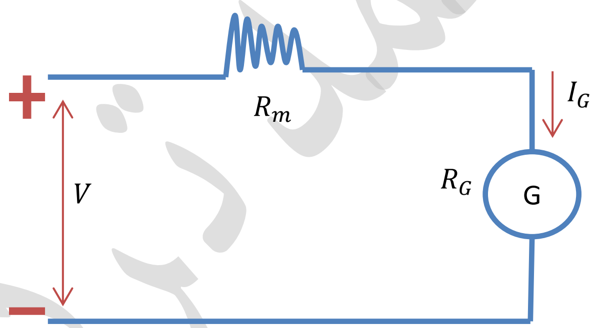
$$R_A = \frac{R_G . R_s}{R_G + R_s}$$

بما ان مقاومة المجزئ أصغر بكثير من مقاومة الكلفانومتر فان:

$$R_A = \frac{R_G . R_s}{R_G} \Rightarrow R_A = R_s = 0.005\Omega$$

فولتميتر التيار المستمر

الفولتميتر هو الجهاز الذي يقيس فرق الجهد بين نقطتين في دائرة كهربائية وذلك بتوصيل طرفي الجهاز بالنقطتين المعنيتين. ان استعمال الكلفانومتر بوضعه الاعتيادي لقياس فرق الجهد يكون غير مجدي من الناحية العملية لأنه لا يمكنه قياس فولتيات عالية وانما يقتصر على الفولتيات الواطئة. ولغرض استعمال الكلفانومتر لقياس فرق الجهد يتم توصيل مقاومة ذات قيمة عالية على التوالي مع ملف الكلفانومتر تسمى بالمضاعف multiplier ورمزها (R_m) لاحظ الشكل.



لحساب مقدار مقاومة المضاعف (R_m) نفرض ان:

V : القيمة العظمى لمدى فرق الجهد المراد قياسه بواسطة الفولتميتر.

I_G : تيار الانحراف الكلي لملف الكلفانومتر.

R_G : مقاومة ملف الكلفانومتر.

R_m : مقاومة المضاعف.

$$V = I_G(R_m + R_G)$$

$$R_m = \frac{V}{I_G} - R_G$$

مثال:

احسب مقاومة المضاعف اللازمة لتحوير كلفانومتر مقاومة ملفه (50Ω) وتيار انحرافه الكلي (500μA) الى فولتميتر ذو مدى اقصاه (50 v). وما قيمة المقاومة الكلية للفولتميتر؟

الحل:

$$R_m = \frac{V}{I_G} - R_G$$

$$R_m = \frac{50}{500 \times 10^{-6}} - 50$$

$$R_m = 99950\ \Omega$$

اما مقاومة الفولتميتر فتساوي مجموع المقاومتين R_G, R_m

$$R_V = R_G + R_m$$

$$50 + 99950$$

$$\therefore R_V = 100000\ \Omega$$

مسائل الفصل الثاني

س1: ما اقصى فرق جهد يمكن قياسه مباشرة اذا علمت ان مقاومة الكلفانومتر تساوي (1000 ohm) وتيار انحرافه الكلي ($50\mu A$) ما مقدار مقاومة المضاعف اللازم لتحويل الكلفانومتر الى فولتميتر مداه (500 v).

س2: احسب قيم المقاومات اللازمة لتحوير كلفانومتر مقاومته (50 ohm) وتيار انحرافه الكلي (1 mA) الى ما يأتي:

a) اميتر ذو تدريج (0.1 A).
b) فولتميتر ذو مدى (0-100v).

الفصل الثالث

المجالات المغناطيسية الناشئة عن الاسلاك الحاملة للتيار

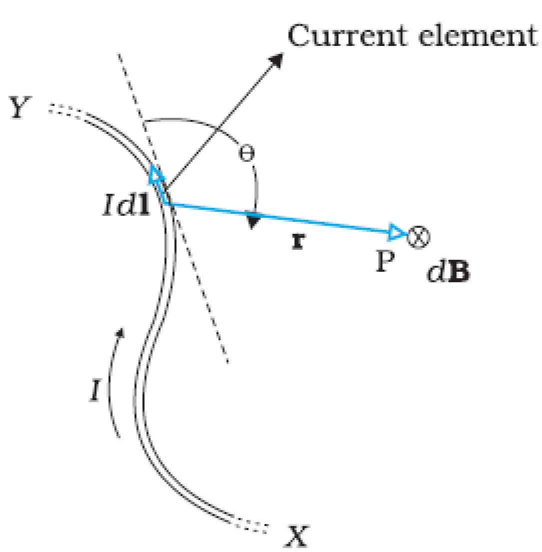
قانون بايوت وسافارت The Biot-Savart Law

بعد اكتشاف اورستد للمجال المغناطيسي الناتج عن التيار الكهربائي بفترة وجيزة. قام بعض الفيزيائيين بدراسة تجريبية للحصول على صيغ رياضية لحساب شدة المجال المغناطيسي الناشئ عن مرور التيار في اسلاك ذات اشكال مختلفة. ومن هذه الصيغ التي نسبت الى الفزيائيين الفرنسيين بايوت وسافارت وتعرف باسمهما (قانون بايوت وسافارت).

ينص قانون بايوت وسافارت على ان مقدار شدة المجال المغناطيسي الناتج في الفراغ عن عنصر من السلك طوله (dl) عندما يمر فيه تيار قدره (I) يساوي:

$$dB = \frac{\mu_o I}{4\pi} \cdot \frac{dl \sin\theta}{r^2}$$

حيث ان:



r : مقدار الازاحة بين العنصر dl والنقطة p.

θ: الزاوية المحصورة بين متجه الازاحة والعنصر dl .

μ_o: مقدار ثابت يدعى بنفوذية الفراغ

(permeability of vacuum)

$$\mu_o = 4\pi \times 10^{-7} \frac{wb}{A.m}$$

يمكن كتابة قانون بايوت وسافارت بالصيغة الاتجاهية:

$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_o I}{4\pi} \frac{\overrightarrow{dl} \times \vec{r}}{r^2}$$

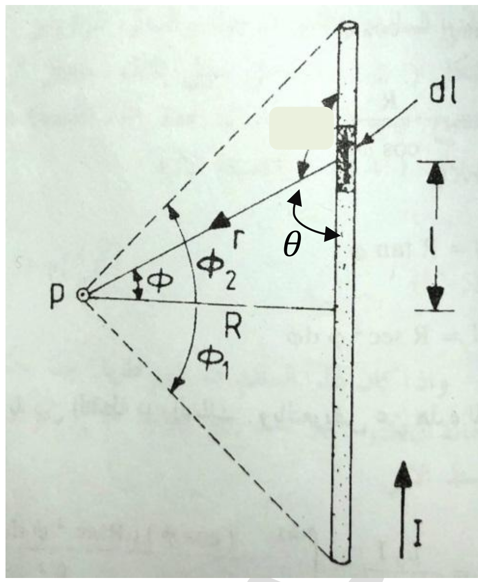
$\vec{r}$: وحدة المتجه.

لحساب شدة المجال المغناطيسي الكلي عند النقطة (p) الناشئ عن سلك بأجمعه نأخذ التكامل.

$$B = \int dB$$

تطبيقات على قانون بايوت وسافارت

اولاً: المجال المغناطيسي الناشئ عن سلك مستقيم



الشكل يوضح سلك مستقيم طوله محدود (l) والمطلوب ايجاد شدة المجال المغناطيسي عند النقطة (P) الواقع على بعد (R) عن السلك.

نأخذ عنصراً تفاضلياً من السلك (dl). وبتطبيق قانون بايوت وسافارت:

$$B = \int dB \Longrightarrow B = \frac{\mu_o I}{4\pi} \int \frac{dl \sin\theta}{r^2} \dots \dots \dots \dots \dots \dots (1)$$

لغرض تبسيط هذه المعادلة واجراء التكامل نرى من الملائم ان نعبر عن كافة المتغيرات بدلالة الزاوية $(\emptyset)$ ومن خلال الشكل نحصل على:

$$\sin\theta = \cos\emptyset$$

$$\cos \emptyset = \frac{R}{r} \Longrightarrow r = \frac{R}{\cos \emptyset}$$

$$\tan \emptyset = \frac{l}{R} \Longrightarrow l = R \tan \emptyset$$

$$dl = R\, sec^2 \emptyset \, d\emptyset$$

بالتعويض عن هذه المتغيرات بالمعادلة (1) ينتج:

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi} \int \frac{(\cos \emptyset)(R\, sec^2 \emptyset \, d\emptyset)(cos^2 \emptyset)}{R^2}$$

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi R} \int_{\emptyset_1}^{\emptyset_2} \cos \emptyset \, d\emptyset$$

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi R} [\sin \emptyset_2 - \sin \emptyset_1]$$

وهكذا حصلنا على تعبير رياضي لمقدار شدة المجال المغناطيسي الناشئ عن السلك المستقيم المحدود الطول عند النقطة P بدلالة الزاويتين اللتين يصنعها العمود النازل من تلك النقطة مع الخطين الذين يصلا نهايتي السلك بالنقطة P.

وعند اخذ القيم المطلقة لجيب الزاوية فان:

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi R} [\sin \emptyset_2 + |\sin \emptyset_1|]$$

إذا كان السلك طويلاً جداً بالمقارنة معه البعد (R) فان:

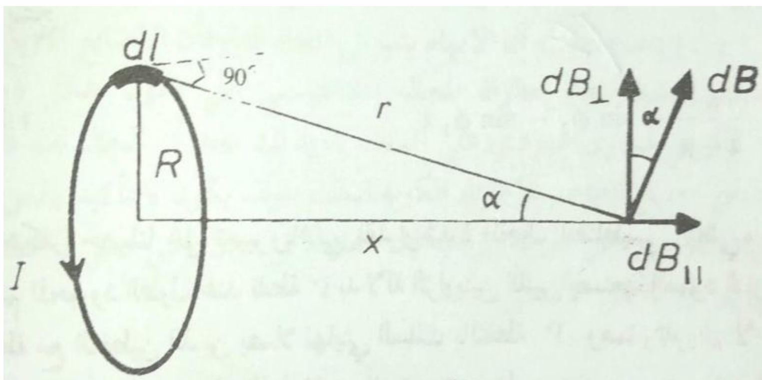
$$\emptyset_1 = -90 \; ; \; \emptyset_2 = 90$$

فعندئذٍ:

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi R} [\sin 90 + |\sin -90|]$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi R}$$

ثانياً: المجال المغناطيسي الناشئ عن سلك دائري الشكل



الشكل يمثل سلكاً دائرياً نصف قطره (R) يحمل تياراً (I) ولإيجاد شدة المجال المغناطيسي عند نقطة واقعة على المحور وتبعد مسافة (x)عن مركز السلك الدائري، نأخذ عنصراً من السلك (dl) ثم نجد المجال (dB) الناتج عنه وبتطبيق قانون بايوت وسافارت

$$dB = \frac{\mu_o I}{4\pi} \cdot \frac{dl \sin\theta}{r^2}$$

من الملاحظ في هذه الحالة هو ان المتجه (r) يكون دائماً عمودياً على المتجه (dl) لجميع العناصر المكونة لهذا السلاك اي ان الزاوية $(\theta = 90°)$

$$dB = \frac{\mu_o I}{4\pi} \cdot \frac{dl}{r^2}$$

بتحليل dB الى مركبتين:

$$\int dB_\perp = \int dB \cos\alpha = 0$$

ان المركبة العمودية تساوي صفر وهذا واضح من التناظر حيث ان المركبات العمودية للمجال الناتجة عن العناصر المختلفة للدائرة سوف تمحو أحدهما الاخرى.

اما المركبات الافقية للمجال فجميعها تكون باتجاه واحد. لذلك تضاف لبعضها مكونة محصلة شدة المجال المغناطيسي عند النقطة (P) الناتج عن مرور التيار في السلك الدائري بأجمعه لذا:

$$B = \int dB_{\parallel} = \int dB \sin\alpha$$

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi} \int \frac{dl \sin\alpha}{r^2}$$

$$\because \sin\alpha = \frac{R}{r}$$

$$B = \frac{\mu_o I R}{4\pi r^3} \int dl$$

$$\int dl = 2\pi R$$

$$r = (R^2 + x^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore B = \frac{\mu_o I R^2}{2r^3}$$

حالة عامة $$B = \frac{\mu_o I R^2}{2(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

حالات خاصة:

- إذا كانت النقطة (P) بعيدة جداً عن السلك الدائري اي ان $(x \gg R)$ فيمكن اهمال (R^2) من المقام:

$$B = \frac{\mu_o I R^2}{2x^3}$$

- بما مساحة الدائرة التي يكونها السلك $(A = \pi R^2)$ فيمكن كتابة المعادلة السابقة بالشكل التالي:

$$B = \frac{\mu_o I A}{2\pi x^3}$$

$$B = \frac{\mu_o m}{2\pi x^3}$$

حيث ان $(m = IA)$ هو العزم المغناطيسي لثنائي القطب الناتج من دورة التيار في السلك الدائري.

- مقدار شدة المجال المغناطيسي في مركز السلك الدائري $(x = 0)$

$$B = \frac{\mu_o I R^2}{2R^3} \Longrightarrow \boxed{B = \frac{\mu_o I}{2R}}$$

- اما شدة المجال المغناطيسي في مركز ملف يتكون من عدد من اللفات قدره (N) ونصف قطره (R) فواضح انه سيتضاعف (N) من المرات.

$$\boxed{B = \frac{\mu_o N I}{2R}}$$

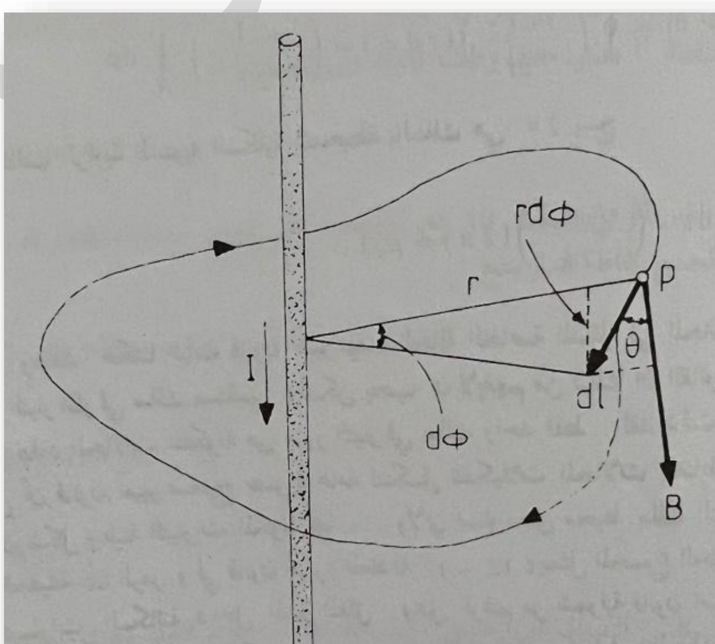
قانون امبير Ampere's Law

مثلما يعبر قانون كاوس عن خاصية مهمة للمجالات الكهروستاتيكية ويكون وسيلة سهلة يمكن استخدامها لإيجاد الكثير من هذه المجالات. فان قانون امبير كذلك يعبر عن خاصية مهمة للمجالات المغناطيسية. كما يمكن استخدامه واسطة لحساب هذه المجالات الناشئة عن التيارات المارة في تلك الاسلاك.

ينص قانون امبير على ان التكامل الخطي لشدة المجال المغناطيسي (B) في الفراغ حول اي مسار مغلق يساوي ثابت النفوذية مضروباً في مقدار التيار الكلي داخل هذا المسار اي ان:

$$\boxed{\oint B.dl = \mu_o I}$$

ولإثبات قانون امبير نأخذ حالة بسيطة للمجال الناتج عن سلك مستقيم طويل يحمل تياراً قدره (I) ونفترض وجود مسار مغلق يحيط بهذا التيار، ثم نحسب التكامل الخطي لشدة المجال المغناطيسي حول هذا المسار المغلق، وحسب الشكل التالي فان شدة المجال عند النقطة (P) الواقعة على المسار والتي تبعد عن السلك بمسافة قدرها (r).



وباستخدام العلاقة التالية:

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

اتجاه المجال فيكون عمودي على (r) وباتجاه عقارب الساعة ويصنع زاوية قدرها (θ) مع عنصر المسار (dl), ولذلك يكون التكامل الخطي لشدة المجال حول المسار المغلق يساوي:

$$\oint_L \overrightarrow{B}.\overrightarrow{dl} = \oint B\, cos\theta\, dl = \oint \left(\frac{\mu_o I}{2\pi r}\right)\ (\,cos\theta\, dl)$$

ومن الشكل يمكن ان نحصل على:

$$dl\, cos\theta = r\, d\emptyset$$

اذن:

$$\oint_L \overrightarrow{B}.\overrightarrow{dl} = \left(\frac{\mu_o I}{2\pi r}\right)(r\, d\emptyset) = \left(\frac{\mu_o I}{2\pi}\right)\oint_L\ d\emptyset$$

ان الزاوية المستوية الكلية المحيطة بالسلك هي $(\emptyset = 2\pi)$ فان:

$$\oint_L \vec{B}.\overrightarrow{dl} = \left(\frac{\mu_o I}{2\pi}\right)\ (2\pi) = \mu_o I$$

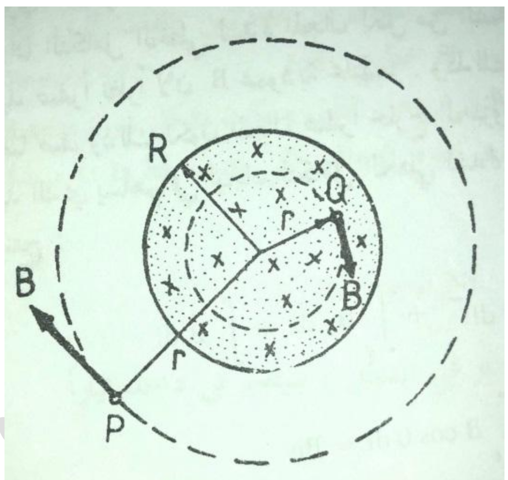
هذه العلاقة هي اثبات لقانون امبير لحالة خاصة متمثلة بالمجال الناشئ عن التيار المار في سلك مستقيم بشرط ان يكون المجال المغناطيسي ذو توزيع منتظم.

تطبيقات على قانون امبير

1- المجال المغناطيسي لسلك طويل أسطواني الشكل

الشكل يوضح مقطعاً لسلك طويل من النحاس أسطواني الشكل نصف قطره (R) ويحمل تيار (I) نحو الداخل والمطلوب:

- ايجاد شدة المجال المغناطيسي (B) عن النقطة (P) الواقعة خارج السلك ونفرض ان بعدها عن مركز السلك يساوي (r) حيث $(r > R)$.



بتطبيق قانون امبير ومن التناظر يتضح ان خطوط القوة لهذا المجال تكون بشكل دوائر مركزها محور الاسطوانة وعليه فان مقدار شدة المجال يعتمد فقط على بعد النقطة من المحور ويكون اتجاه المجال بنفس اتجاه المماس للدائرة في تلك النقطة:

$$\oint B.dl = \mu_o I$$

$$\oint B\, dl \cos 0 = \mu_o I$$

$$\boxed{B \oint dl = \mu_o I}$$

$$B \times 2\pi r = \mu_o I$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(1)$$

- لإيجاد شدة المجال المغناطيسي عند النقطة (Q) الواقعة داخل السلك الاسطواني على بعد (r) من المركز حيث ($r < R$) ان مقدار التيار خلال هذا المقطع من السلك يساوي:

$$I' = \left(\frac{I}{\pi R^2}\right)(\pi r^2) = \frac{I r^2}{R^2}$$

وبتطبيق قانون امبير:

$$\int B.dl = \mu_o I'$$

$$B \times 2\pi r = \mu_o \frac{I r^2}{R^2}$$

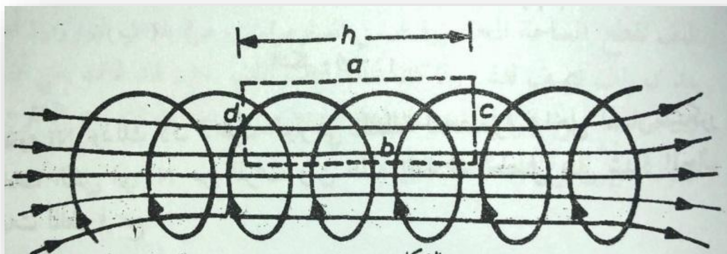
$$\boxed{B = \frac{\mu_o I r}{2\pi R^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(2)}$$

- اما مقدار شدة على سطح السلك الاسطواني فيمكن استنتاجه من اي من المعادلتين (1) و(2) بالتعويض عن ($r = R$) حيث ان:

$$\boxed{B = \frac{\mu_o I}{2\pi R} \ldots\ldots\ldots\ldots(3)}$$

2- المجال المغناطيسي لملف حلزوني (Solenoid)

يتكون الملف الحلزوني من سلك ملفوف على اسطوانة بشكل حلزوني ويحمل تيار (I) وكلما كان الملف الحلزوني طويلاً ولفاته متقاربة مع بعضها كلما أصبح المجال المغناطيسي الناشئ عن التيار المار فيه اكثر انتظاماً ومحصوراً في داخله وموازياً لمحوره. لاحظ الشكل:



لإيجاد شدة المجال المتكون داخل الملف نتيجة مرور تيار قدره (I) في الملف باستخدام قانون امبير نختار مساراً مغلقاً على هيئة مستطيل بحيث يكون ضلعاه الطويلان موازيين لمحور احداهما داخل الحلزون والاخر خارجه وضلعاه القصيران عموديان عليه ثم نجزئ المسار الى الاضلاع الاربعة المكون منها ونحسب تكامل (B) لكل ضلع.

ان التكامل الخطي لشدة المجال لكل من الضلعين العموديين d,c يساوي صفر لان (B) عمودي عليها وكذلك نجد ان تكامل (B) للمسار (a) يساوي صفر$(B = 0)$ ايضاً لكونه خارج الملف . وعليه فان الضلع الوحيد الذي يساهم في ايجاد التكامل الخطي لشدة المجال حول المسار المغلق هو (b) لذا ينتج:

$$\oint_L B.dl = \int_c B.dl + \int_a B.dl + \int_d B.dl + \int_b B.dl$$

$$= 0 + 0 + 0 + \int_b B\cos(0)\,dl$$

$$\oint_L B.dl = Bh$$

حيث ان (h) يساوي طول الضلع (b) من المسار.

وبما ان التيار الواقع ضمن المسار المغلق سيتكرر بعدد لفات السلك التي يحتويها الطول (h) من الملف الحلزوني اي ان (nh). فان التيار الكلي ضمن هذا المسار حسب قانون امبير سيصبح (nhI) في هذه الحالة. إذا ان (n) تمثل عدد اللفات لوحدة الطول من الملف الحلزوني، لذا ينتج:

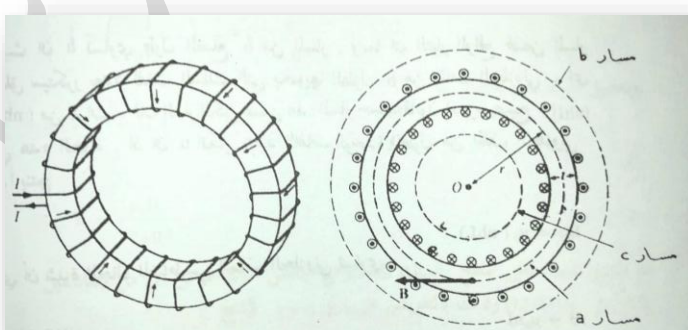
$$\boxed{Bh = \mu_o(nhI)}$$

3- المجال المغناطيسي لملف حلزوني حلقي Toroid

يبين الشكل ادناه ملفاً حلزونياً حلقياً من (N) من اللفات ويحمل تياراً قدره(I). وواضح من التناظر ان خطوط القوة للمجال المغناطيسي الناشئ عن مرور التيار في هذا الملف ستكون بشكل دوائر متحدة المركز داخل الملف. فلو اخذنا احدى هذه الدوائر التي نصف قطرها (r) مساراً مغلقاً وطبقاً لقانون امبير لحصلنا على:

$$\oint B.dl = \mu_o I$$

$$B(2\pi r) = \mu_o NI$$



حيث ان المسار المؤشر بالحرف (a) سيضم تياراً كلياً قدره (NI) وذلك لان دخول التيار في المنطقة المحصورة داخل المسار سيتكرر بعدد اللفات الكلي اي (N) من المرات وفق هذه المعادلة نحصل على شدة المجال داخل الملف:

$$B = \frac{\mu_o NI}{2\pi r}$$

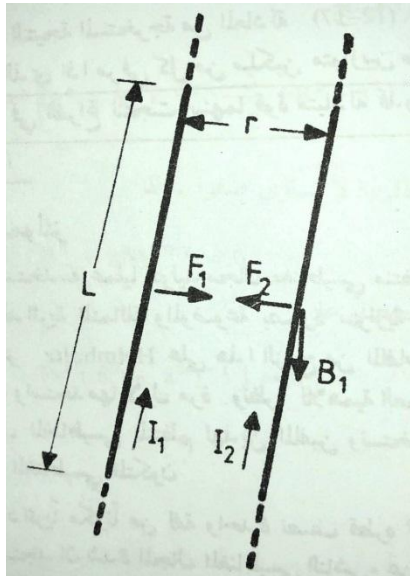
وبالتعويض عن $n = \frac{N}{2\pi r}$.

n: عدد اللفات لوحدة الطول فان:

$$\boxed{B = \mu_o nI}$$

اما بالنسبة للمسارين (c,b) فان التيار يساوي صفر لذا فان $(B = 0)$

القوة المتبادلة بين سلكين متوازيين – تعريف الامبير



يبين الشكل سلكين مستقيمين متوازيين طويلين وتفصل بينهما مسافة قدرها (r) السلك الاول يحمل تياراً قدره (I_1) والثاني يحمل تياراً (I_2) بالاتجاه نفسه.

ان كلاً من هذين السلكين سوف يقع تحت تأثير المجال المغناطيسي الناشئ عن الاخر وعليه سوف يتأثر بقوة مغناطيسية ويمكن حساب هذه القوة بان نجد اولاً المجال المغناطيسي الناشئ عن السلك الاول عند موضع السلك الثاني:

$$B_1 = \frac{\mu_o I_1}{2\pi r}$$

ان اتجاه (B_1) يكون عمودياً على السلك ونحو الاسفل. اما مقدار القوة الناشئة عن السلك الثاني

$$F_2 = I_2 L B_1$$

$$F_2 = \frac{\mu_o I_1 I_2 L}{2\pi r}$$

اتجاه القوة (F_2) يكون نحو اليسار.

وبنفس الطريقة يمكن ايجاد القوة (F_1) نتيجة التيار (I_2).

$$F_1 = \frac{\mu_o I_1 I_2 L}{2\pi r}$$

اتجاه القوة (F_1) يكون نحو اليمين.

وهكذا ان القوة الناتجة هي قوة متبادلة بين السلكين وتكون قوة تجاذب عندما يكون التيار المار في السلكين باتجاه واحد وتكون قوة تنافر إذا كان اتجاه التيار في السلكين باتجاهيين متعاكسين.

وسواء كانت قوة تنافر ام قوة تجاذب فان مقدار هذه القوة لوحدة الطول من السلك يصبح:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi r}$$

ان فكرة التجاذب بين سلكين طويلين متوازيين قد استخدمت لتحديد وتعريف وحدة قياس التيار حسب النظام الدولي للوحدات وهي الامبير. فاذا عوضنا عن قيمة كل من التيارين في المعادلة اعلاه بأمبير واحد $(I_1 = I_2 = 1\ A)$ والبـــــــــــــــــعد $(r = 1\ m)$ و $(\mu_o = 4\pi \times 10^{-7} wb/A.m)$ فان:

$$\frac{F}{L} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 1 \times 1}{2\pi \times 1}$$

$$\frac{F}{L} = 2 \times 10^{-7}\ N/m$$

استناداً الى هذه النتيجة فان الامبير يعرف على انه ذلك التيار الذي إذا مرَّ في كل من السلكين متوازيين طويلين البعد بينهما متر واحد وموضوعين في الفراغ لنتجت بينهما قوة متبادلة قدرها لوحد الطول $(2 \times 10^{-7}\ N/m)$.

مسائل الفصل الثالث

س1: احسب مقدار القوة المؤثرة على الكترون متحرك بصورة موازية لسلك طويل على بعد قدره (10 cm) وبسرعة مقدارها ($5 \times 10^4\ m/s$) علمــــــاً بان السلك يحمل تياراً قدره (1.5 A).

س2: سلكان طويلان متوازيان تفصلهما مسافة عمودية قدرها (5 cm) فاذا كان مقدار التيار المار في كل منهما (500 A) وباتجاه معاكس للآخر احسب:

a) شدة المجال المغناطيسي الناتج عن كل من السلكين عند موضع السلك الاخر.
b) القوة المؤثرة على وحدة الطول في كل من السلكين.

س3: مر تيار قدره (I) في سلك يصنع شكلاً سداسياً منتظماً طول ضلعه (d) برهن ان مقدار المجال المغناطيسي عند مركز الشكل يساوي: $B = \frac{\mu_o \sqrt{3}\, I}{\pi d}$

س4: ملف حلزوني طوله (1 m) وقطره (3 cm) يحتوي (3000 لفة) ويمر فيه تيار قدره (5 A) . احسب:

a) شدة المجال المغناطيسي في مركز الملف.
b) الفيض المغناطيسي خلال مساحة مقطعه.

س5: ملف دائري يتكون من (500 لفة) نصف قطره (6 cm) ويسرى فيه تيار مقداره (2 A). احسب شدة المجال المغناطيسي المتكون:

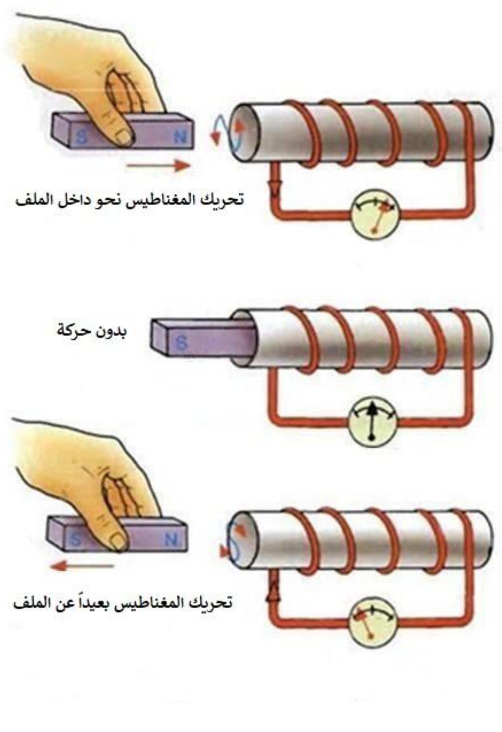
a) عند نقطة على محور الملف وتبعد (20 cm) عن مركزه.
b) عند مركز الملف.

الفصل الرابع Chapter Four

الحث الكهرومغناطيسي Electromagnetic induction

لقد وجد اورستيد انه بالإمكان توليد المجال المغناطيسي من سريان تيار كهربائي في الموصلات وبعد الاكتشاف بدأ العديد من الفيزيائيين على البحث عن طريقة لتوليد تيار كهربائي بواسطة مجال مغناطيسي وقد نجح العالم فاراداي عام (1831م) في اكتشاف هذه الطريقة حيث لاحظ ان تحريك مغناطيس خلال ملف من سلك متصل مع كلفانوميتر حساس يحرك مؤشر الكلفانوميتر مما يدل على ان تياراً كهربائياً قد تولد في الملف. ولاحظ فاراداي ان تحريك المغناطيس بعيداً عن الملف الى الخارج يؤدي الى انحراف مؤشر الكلفانوميتر باتجاه معاكس لاتجاه انحرافه الاول.

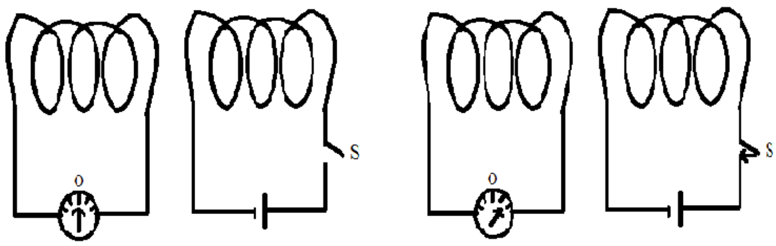
اي ان اتجاه التيار المتولد في الملف يعتمد على اتجاه حركة المغناطيس بالنسبة للملف الساكن. كما لاحظ فاراداي ان مؤشر الكلفانوميتر لا يتحرك عندما يكون المغناطيس ساكناً داخل الملف او خارجه لاحظ الشكل. ويدعى هذا التأثير الكهربائي للمجال المغناطيسي بالحث الكهرومغناطيسي (electromagnetic induction).



لقد فسر فاراداي ظاهرة الحث الكهرومغناطيسي هذه بقوله ان تياراً كهربائياً يتولد في الملف نتيجة قطع خطوط تدفق المجال المغناطيسي لسلك الملف اثناء حركة المغناطيس (تغير في الفيض المغناطيسي خلال الملف) اي ان قوة دافعة كهربائية تتولد كلما تغير الفيض المغناطيسي خلال الملف ويسمى التيار المتولد في الملف بالتيار المحث (induced current) وتسمى القوة الدافعة الكهربائية المتولدة في الملف بالقوة الدافعة الكهربائية المحتثة (induced electro motion force) (emf) .

كما يمكن توضيح اكتشاف فراداي باستخدام ملفين ملف ابتدائي مربوط على التوالي مع بطارية ومفتاح (الدائرة على جهة اليمين) وملف ثانوي مربوط مع كلفانوميتر (الدائرة على جهة اليسار) لاحظ الشكل ادناه.

عند غلق المفتاح في دائرة الملف الابتدائي نشاهد حدوث انحراف وقتي في مؤشر الكلفانوميتر لكن الانحراف سرعان ما يزول دلالة على توليد تيار محتث في الملف الثانوي لحظة غلق الدائرة فقط ثم نعود ونفتح الدائرة فنلاحظ كذلك حدوث انحراف في الكلفانوميتر ولكن بالاتجاه المعاكس دلالة على توليد تيار محتث في عكس الاتجاه.



عند فتح الدائرة عند غلق الدائرة

نستنتج من ذلك:

1- تستحث قوة دافعة كهربائية (ε_{ind}) وينساب تيار محتث (I_{ind}) في دائرة مقفلة فقط عند حصول تغير في الفيض المغناطيسي الذي يخرق الملف لوحدة الزمن.
2- تكون قطبية القوة الدافعة الكهربائية (ξ_{ind}) والتيار المحتث (I_{ind}) في الدائرة الكهربائية باتجاه معين عند تزايد الفيض المغناطيسي ويكونان باتجاه متعاكس عن تناقض هذا الفيض.

قانون فراداي Faraday's Law

لقد استنتج فراداي من خلال تجاربه انه تتولد قوة دافعة كهربائية محتثة (ξ_{ind}) وينساب تيار محتث في ملف إذا تغير الفيض المغناطيسي الذي يخترق الملف لوحدة الزمن ومن خلال ذلك وضع فراداي قانوناً في الحث الكهرومغناطيسي والذي ينص على ان: **القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة في دائرة مغلقة تساوي المعدل الزمني لتغير الفيض المغناطيسي خلال هذه الدائرة اي ان:**

$$\xi = -\frac{d\emptyset_B}{dt}$$

اما إذا كان الفيض يقطع ملفاً مكوناً من عدد من اللفات قدره (N) فمن الواضح ان القوة الدافعة الكهربائية المحتثة تتضاعف بقدر عدد اللفات وعندئذٍ يصبح قانون فراداي بالشكل الاتي:

$$\xi = -N\frac{d\emptyset_B}{dt}$$

حيث ان:

$$d\emptyset_B = d(AB\cos\theta)$$

ملاحظة:

1- اذا كان $\frac{d\emptyset_B}{dt}$ يقاس بوحدة wb/s فأن وحدة القوة الدافعة الكهربائية تكون فولت (V) .

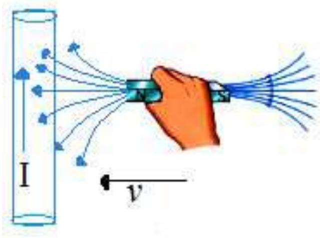
$$V = \frac{wb}{s} \rightarrow \boldsymbol{wb = V.s}$$

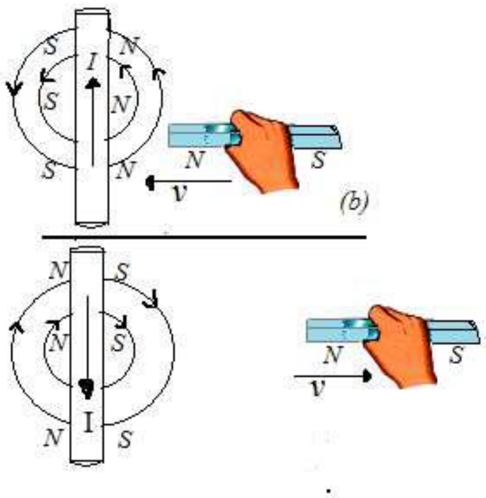
2- الاشارة السالبة تدل على ان القوة الدافعة الكهربائية تعاكس المسبب الذي ولدها وهو المعدل الزمني للتغير في الفيض المغناطيسي حسب قانون لنز.

قانون لنز:

ينص قانون لنز على ان التيار المحتث في دائرة كهربائية مقفلة يولد مجالاً مغناطيسياً يعاكس بتأثيره للمجال الذي ولد التيار، وبمعنى اخر هو ان التيار المحتث يكون بالاتجاه المعاكس للتغير الذي ينتج عنه هذا التيار.

عند اقتراب قطب شمالي نحو ملف فان المجال المغناطيسي يزداد داخل الملف وعليه فأن التيار المحتث في الملف يولد مجالاً مغناطيسياً يعاكس المجال المغناطيسي الخارجي اي ان قطب الملف المقابل للساق المغناطيسي قطباً شمالياً اي يحدث تنافر بين القطب الشمالي للساق المغناطيسي والقطب الشمالي للمجال المحتث. وحسب قاعدة الكف اليمنى يكون اتجاه التيار في الملف باتجاه معاكس لدوران عقارب الساعة لاحظ الشكل.

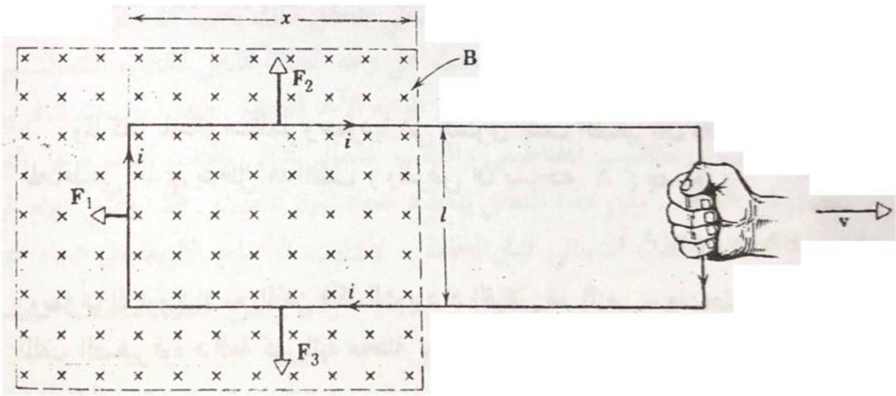




عند ابتعاد القطب الشمالي لساق مغناطيسي من الملف فان المجال المغناطيسي يكون في حالة تناقص لذا فان التيار المحتث يولد مجالاً مغناطسي بنفس اتجاه المجال الاصلي لكي يقاوم التناقص الحاصل في شدة المجال لذا يكون قطب الملف المقابل للقطب الشمالي للساق قطباً جنوبياً والقطب الاخر يكون قطب شمالي وحسب قاعدة الكف اليمنى يكون اتجاه التيار باتجاه دوران عقارب الساعة.

القوة الدافعة الكهربائية المحتثة الحركية:

لاشتقاق العلاقة الرياضية للقوة الدافعة الكهربائية المحتثة الحركية الناشئة على طرفي سلك معدني نفرض ان سلكاً معدنياً بشكل مستطيل عرضه (L) وقد وضع جزء منه بصورة عمودية في مجال مغناطيسي منتظم (B) اتجاهه عمودياً على الورقة ونحو الداخل.



عند سحب السلك نحو اليمين خارج المجال المغناطيسي بسرعة منتظمة قدرها (v) يحدث تغير في الفيض المغناطيسي الذي يتخلل المستطيل. اما المعدل الزمني لهذا التغير في الفيض مقداره:

$$\frac{d\emptyset_B}{dt} = \frac{d(BA)}{dt}$$

$$= \frac{d}{dt}\,(BLx) = BL\frac{dx}{dt}$$

حيث ان (lx) تمثل مساحة المستطيل التي يتخللها المجال المغناطيسي وبالتعويض عن

$$\frac{dx}{dt} = -v$$

اذ ان اشارة السالب تعني ان السرعة هي باتجاه تناقص (x) نحصل:

$$\frac{d\emptyset_B}{dt} = -BLv$$

ولنتيجة التغير في الفيض تنتج قوة دافعة كهربائية في السلك قدره حسب قانون فراداي

$$\xi = -\frac{d\emptyset_B}{dt}$$

القوة الدافعة الكهربائية المحتثة الحركية هي:

$$\boxed{\therefore \boldsymbol{\xi = BLv}}$$

وحسب قانون لنز فأن التيار المحتث يكون باتجاه دوران عقارب الساعة ومقداره يساوي:

$$I = \frac{\xi}{R} = \frac{BLv}{R}$$

R- مقاومة السلك.

ولهذا نجد ان مقدار المعدل الزمني لتوليد الطاقة الحرارية في السلك يصبح:

$$\boldsymbol{P = I^2R = \frac{B^2L^2v^2}{R}}$$

اما مصدر هذه الطاقة فهو الشغل المنجز من قبل العامل الخارجي لسحب السلك والتغلب على القوة المغناطيسية (المعوقة) الناشئة عن التيار المحتث ومقدارها:

$$F = ILB\sin(90)$$

$$F = ILB$$

وبهذا نستطيع ان نجد بسهولة المعدل الزمني للشغل اللازم بذله لسحب السلك وقدره:

$$P = F.v$$

$$= ILBv \rightarrow \boldsymbol{P = \frac{B^2L^2v^2}{R}}$$

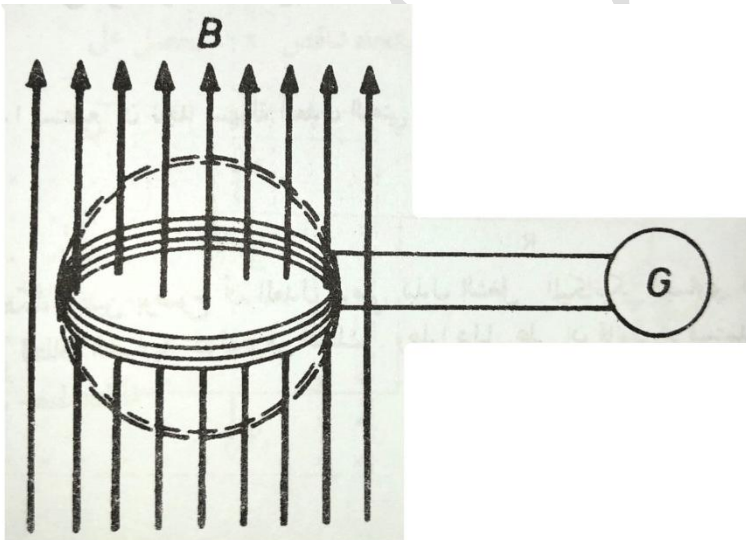
وهكذا يتبين بوضوح ان المعدل الزمني لبذل الشغل الميكانيكي يساوي المعدل الزمني للطاقة الحرارية المتولدة في السلك وهذا يبين ان الحث الكهرومغناطيسي هو **تطبيق لقانون حفظ الطاقة.**

قياس شدة المجال المغناطيسي باستخدام ملف البحث

ان اساس عمل جهاز ملف البحث يعتمد اساساً على تكوين نبضة من التيار المحتث خلال فترة زمنية قصيرة ثم قياس الشحنة التي تحملها نبضة التيار المحتث. يتكون الجهاز من ملف بحث وهو ملف دائري صغير مكون من عدد من اللفات المحتشدة المتساوية في انصاف اقطارها وفائدته تكوين نبضة من التيار المحتث. تنتقل نبضة التيار المحتث بواسطة سلكين موصلين الى كلفانوميتر قذفي الغاية منه قياس كمية الشحنة التي يرسلها ملف البحث الى الكلفانوميتر في تلك الفترة الزمنية القصيرة.

نفرض ان ملف بحث عدد لفاته (N) ومساحة وجهه (A) وضع مستوى عمودي على المجال المغناطيسي المراد قياسه. لذا يجتاز فيض مغناطيسي قدره:

$$\emptyset_B = BA$$



والان لو ادرنا الملف بسرعة وبمقدار ربع دورة بحيث يصبح مستواه موازياً للمجال المغناطيسي وسحبنا الملف بسرعة خارج المجال المغناطيسي فان الفيض المغناطيسي خلاله سوف يهبط الى الصفر خلال فترة زمنية قصيرة وبهذا تتولد في الملف قوة دافعة كهربائية محتثة (ξ) تؤدي الى مرور شحنة في الكلفانوميتر قدرها (q).

$$q = \int_0^t i\, dt = \int_0^t \frac{\xi}{R}\, dt$$

حيث ان (R) هي المقاومة الكلية لملف البحث مع ملف الكفانوميتر وطبقاً لقانون فراداي:

$$\xi = -N\frac{d\emptyset_B}{dt}$$

$$q = -\frac{N}{R}\int_{\emptyset}^{0} d\emptyset_B = -\frac{N}{R}[0-\emptyset_B]$$

$$q = \frac{N\emptyset_B}{R} \rightarrow q = \frac{NBA}{R}$$

حيث الفيض يكون بأقصى قيمة عند الزمن $(t=0)$ في حين يصبح صفراً عند الزمن (t).

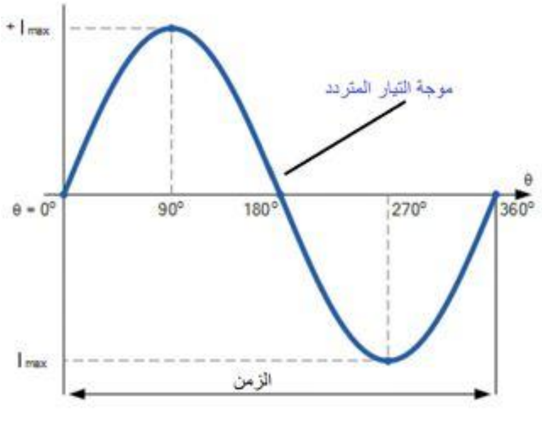
$$B = \left(\frac{R}{NA}\right)q$$

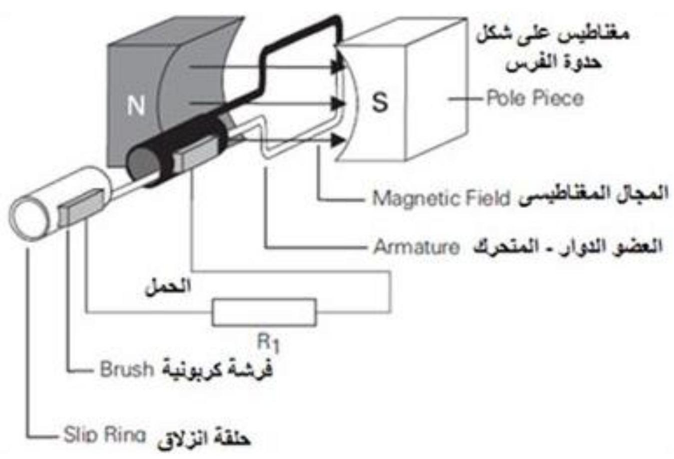
وهذا يعني ان شدة المجال المغناطيسي تتناسب طرياً مع كمية الشحنة المارة في الكلفانوميتر وباستخدام المعادلة اعلاه بالإمكان حساب شدة المجال المغناطيسي (B).

المولد الكهربائي The Electric Generator

ان اكتشاف فراداي للحث الكهرومغناطيسي ادى الى ابتكار المولدات الكهربائية التي تقوم بتغذية المنازل والمصانع وغيرها من مستلزمات العصر بالطاقة الكهربائية. اي ان عمل المولد يعتمد على مبدأ الحث الكهرومغناطيسي حيث يقوم المولد بتحويل الطاقة الميكانيكية الى طاقة كهربائية.

ان الشكل ادناه يضع الفكرة الاساسية لعمل المولد الكهربائي فهو يتكون من ملف مستطيل الشكل يدور في مجال مغناطيسي منتظم ويتصل الملف بحلقتين بحيث يمر محور الدوران بمركزهما وتدور الحلقتان بدوران الملف وتنزلق على محيط كل حلقة فرشاة من الكاربون وتقوم الفرشتان بربط طرف الملف بالدائرة الخارجية.





لحساب القوة الدافعة الكهربائية (ξ) المتولدة عند دوران الملف في مجال مغناطيسي كثافة فيضه (B) نفرض ان الملف مساحته (A) وعدد لفاته (N) ويدور بسرعة زاوية (ω) فعندما يكون المجال عمودياً على المستوى الملف فان الفيض المغناطيسي الذي يخترق اللفة الواحدة $\emptyset = AB$ واثناء دوران الملف فان الفيض المغناطيسي الذي يخترق اللفة الواحدة من الملف عند اية لحظة يعطى بالعلاقة $\emptyset = AB\cos(\theta)$

وبما ان المعدل الزمني للتغير في الازاحة الزاوية يمثل السرعة الزاوية:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

وعندما تكون السرعة منتظمة فان:

$$\theta = \omega t$$

لذا فأن الفيض:

$$\emptyset_B = BA\cos(\omega t)$$

ان المعدل الزمني للتغير بالفيض:

$$\frac{\Delta\emptyset_B}{\Delta t} = -BA\,(sin\omega t).\,\omega$$

$$= -BA\omega\sin(\omega t)$$

وفق قانون فراداي في الحث الكهرومغناطيسي فأن:

$$\xi_{ind} = -N\frac{\Delta\emptyset_B}{\Delta t}$$

$$= NAB\omega\sin(\omega t)$$

يتضح من المعادلة اعلاه ان القوة الدافعة الكهربائية تتغير بتغير الزاوية (ωt) فتكون صفراً عندما (ωt=0) ثم تزداد فتصل قيمتها القصوى عندما (ωt=90°) ثم تهبط الى الصفر عندما (ωt=180°) وبعد ذلك تزداد، ولكن بالاتجاه المعاكس فتصل الى ذروتها عندما (ωt=270°) ثم تتناقص فتصبح صفراً عندما يكمل الملف دورته اي تصبح (ωt=360°) ومن هذه التغيرات فان القوة الدافعة الكهربائية الناتجة هي متناوبة جيبيه والتيار المار في الدائرة الخارجية هو تيار متناوب (A.C.).

ملاحظة:

1- ان (ω) يطلق عليها التردد الزاوي حيث $\omega = 2\pi f$ (حيث ان f- التردد الطبيعي ويقاس بـ (HZ)
2- تكون (ξ) المحتثة في قيمتها القصوى عندما (ωt=90°) حيث ان:

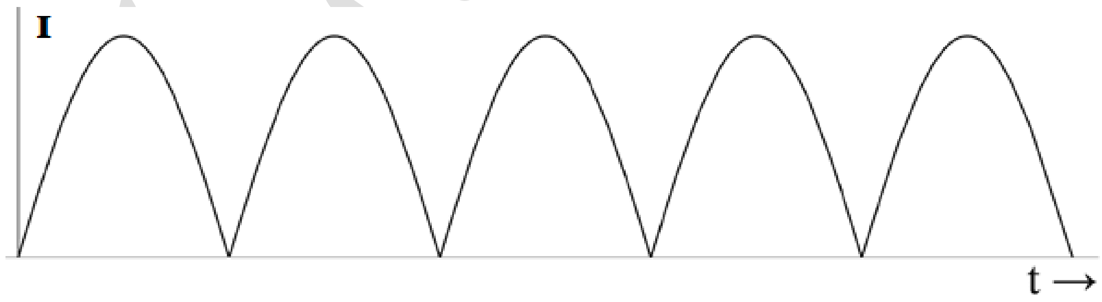
$$\xi = NAB\omega \sin(90)$$

$$\xi = \xi_m = NAB\omega$$

اي ان ذروة الفولتية يعتمد على:

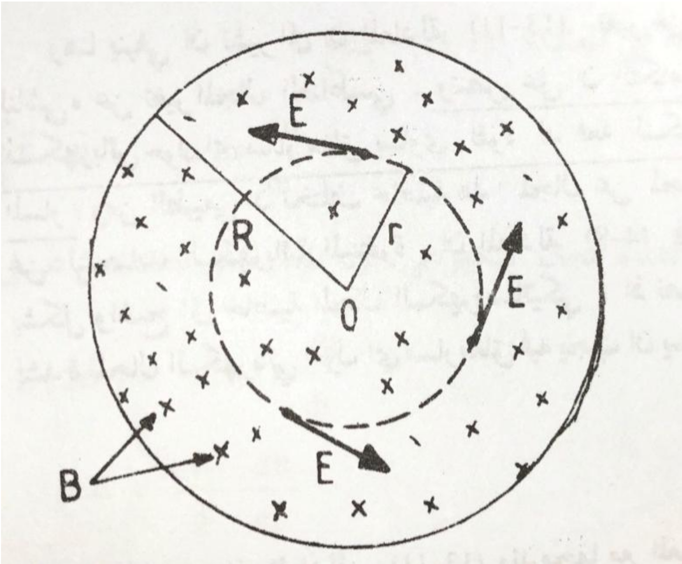
- عدد لفات الملف.
- مساحة اللفة الواحدة.
- شدة المجال المغناطيسي.
- السرعة الزاوية.

3- إذا اريد الحصول على تيار باتجاه واحد (DC) فيمكننا ذلك باستبدال الحلقتين في مولد التيار المتناوب بحلقة واحدة مكونة من نصفين معزولين يتصل كل واحد منها بإحدى نهايتي الملف ويدوران مع الملف وتدعى هده الحلقة بعاكس التيار او (commutator) المبدل حيث تعمل على عكس اتجاه التيار في الدائرة الخارجية لحظة انعكاسه بالنواة. فنحصل على تيار باتجاه واحد فقط.



المجالات المغناطيسية المتغيرة

لمناقشة نشوء القوة الدافعة الكهربائية المحتثة عندما يحدث تغير في الفيض المغناطيسي الناتج عند تغير المجال المغناطيسي نفسه وليس بسبب الحركة. فإذا وضعت حلقة موصلة في مجال مغناطيسي متغير مع الزمن فتتولد فيها قوة دافعة كهربائية محتثة. ومن الطبيعي عندئذٍ ان يسري تيار في هذه الحلقة ان كانت مغلقة اما إذا تصورنا وجود مسار مغلق في المجال المغناطيسي المتغير بدلاً من الحلقة الموصلة لأصبح بوسعنا ان ننظر ذلك من زاوية اخرى ونقول ان الفيض المغناطيسي المتغير يولد مجالاً كهربائياً محتثاً عند مختلف نقاط المسار.



ولتوضيح هذا النص نتصور وجود مجال مغناطيسي منتظم شدته (B) داخل منطقة محددة بدائرة نصف قطرها (R) وعمودي على مستوى الورقة. ونفرض ان شدة المجال المغناطيسي تزداد مع الزمن بمعدل قدره (dB/dt). والان نأخذ مساراً مغلقاً نصف قطره (r) داخل المجال ونفرض ان الفيض المغناطيسي خلال المساحة التي يحيطها هذا المسار يساوي ($\emptyset_B$) ولهذا تنشأ قوة دافعة كهربائية محتثة حول المسار اي ان:

$$\xi = -\frac{d\emptyset_B}{dt}$$

بمعنى آخر يتولد مجال كهربائي محتث شدته (E) عند مختلف نقاط المسار ويكون مماساً له وعليه فأن خطوط المجال الكهربائي المتولد من تغير المجال المغناطيسي تكون على شكل دوائر متحدة المركز.

لنأخذ شحنة اختبارية (q_0) متحركة على المسار الدائري ونجد ان الشغل اللازم بذله على هذه الشحنة لعمل دورة كاملة طبقاً لتعريف القوة الدافعة الكهربائية.

$$\mathrm{W} = q_0\xi$$

ثم نجد الشغل نفسه بطريقة اخرى مستمدة من تعريف الشغل لنحصل على:

$$W = F.L = q_0E(2\pi r)$$

$$\xi = E.2\pi r$$

وباستخدام صيغة رياضية أعم:

$$\xi = \oint E.dl$$

بما ان:

$$\xi = -\frac{d\emptyset_B}{dt}$$

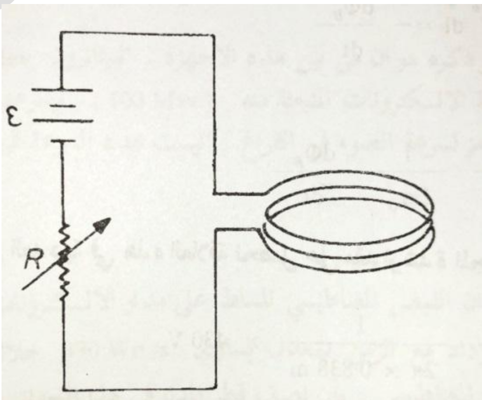
$$\boxed{\therefore \oint E.dl = -\frac{d\emptyset_B}{dt}}$$

ان هذه المعادلة هي تعبير رياضي متطور لقانون فراداي في الحث الكهرومغناطيسي.

الخاصية الحثية (الحث الذاتي):

لنفرض ان التيار المار في الملف ادناه غيرت قيمة بصورة فجائية بواسطة المقاومة المتغيرة مثلاً فأن هذا التغير في التيار سوف يؤدي الى تغير في الفيض المغناطيسي الناتج عنه والذي يجتاز الملف نفسه. لذا تتولد في الملف ذاته فولتية محتثة تقاوم التغير المسبب لها طبقاً لقانون لنز.

اذا كان التيار يتنامى فأن الفولتية المحتثة ستكون باتجاه مضاد له واذا كان التيار في حالة تناقص سوف تكون الفولتية المحتثة بنفس اتجاه التيار اي ان الفولتية المحتثة تعاكس التغير في التيار . ان القوة الدافعة الكهربائية المتولدة في الملف تسمى بالقوة الدافعة الكهربائية المحتثة الذاتية ويطلق على هذه الظاهرة بالحث الذاتي.



الحث الذاتي (self-induction):

ظاهرة تولد قوة دافعة كهربائية محتثة في الملف عند تغير التيار المار فيه.

نفرض عدد لفات الملف يساوي (N) وان الفيض الذي يجتاز كل لفة هو (∅) ان الفيض الذي يجتاز الملف بأكمله ($N\emptyset_B$) يتناسب طردياً مع التيار المار في الملف اي ان:

$$N\emptyset \propto I$$

$$N\emptyset = LI$$

L- ثابت التناسب يسمى الحث الذاتي للملف وبأخذ مشتقة طرفي المعادلة بالنسبة للزمن:

$$N\frac{d\emptyset}{dt} = L\frac{dI}{dt}$$

حسب قانون فراداي:

$$\xi = -N\frac{d\emptyset}{dt}$$

$$\therefore \xi = -L\frac{dI}{dt}$$

من المعادلة اعلاه فان الحث الذاتي (L)

$$L = -\frac{\xi}{dI/dt}$$

اي ان معامل الحث الذاتي هو النسبة بين القوة الدافعة الكهربائية المحتثة الذاتية في الملف الى المعدل الزمني لتغير التيار في الملف نفسه. اما معامل الحث الذاتي.

$$L = \frac{V}{A/s} = \frac{V.s}{A} = Henry$$

ان معامل الحث الذاتي يعتمد على:

1- الابعاد الهندسية للملف كالحجم والشكل.
2- عدد لفات الملف.

<u>الحث الذاتي للملف لولبي:</u>

نفرض ان ملفاً حلزونياً يحتوي على (N) من اللفات وطوله (l) ومساحة مقطعه (A):

$$L = \frac{N\emptyset}{I} \qquad\qquad \emptyset = AB$$

$$\therefore \mathrm{L} = \frac{NAB}{I} \qquad\qquad B = \frac{\mu_0 NI}{l}$$

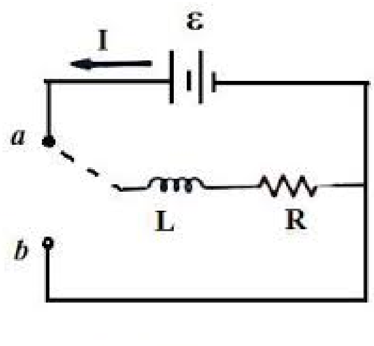
$$\therefore L = \frac{NA}{I} \times \frac{\mu_0 NI}{l}$$

$$\therefore L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} \rightarrow L = \mu_0 n^2 lA$$

n- عدد اللفات لوحدة الطول.

نمو واضمحلال التيار في دائرة مكونة من محث ومقاومة على التوالي

نفرض ان ملف حثه الذاتي (L) متصل على التوالي مع مقاومة (R) ببطارية ذات قوة دافعة كهربائية (ξ) خلال مفتاح (a) كما في الشكل:



بتطبيق قانون كيرشوف الثاني.

$$\xi - \mathrm{iR} - \mathrm{L}\frac{di}{dt} = 0$$

$$\xi = \mathrm{iR} + \mathrm{L}\frac{di}{dt}$$

بعد فصل المتغيرات عن بعضها واجراء التكامل نحصل:

$$\xi - \mathrm{iR} = \mathrm{L}\frac{di}{dt}$$

$$\int_0^i \frac{di}{\xi - iR} = \int_0^t \frac{1}{L}dt$$

$$-\frac{1}{R}[\ln(\xi - iR)]_0^i = \frac{1}{L}[t]_0^t$$

$$\ln(\xi - iR) - \ln\xi = -\frac{R}{L}t$$

$$\ln\frac{\xi - iR}{\xi} = -\frac{R}{L}t$$

$$\frac{\xi - iR}{\xi} = e^{-\frac{R}{L}t} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(1)$$

$$\xi - \mathrm{iR} = \xi\, e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$iR = \xi - \xi\, e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i = \frac{\xi}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(2)$$

يتضح من المعادلة (2) ان التيار ينمو اسياً مع الزمن (t).

عندما (t=0) فأن:

$$e^{-\frac{R}{L}t} = 1$$

فأن i=0 .

عندم (t=∞) فأن:

$$e^{-\frac{R}{L}t} = 0$$

فأن:

$i = \frac{\xi}{R}$ اي ان التيار يصل الى قيمته الثابتة.

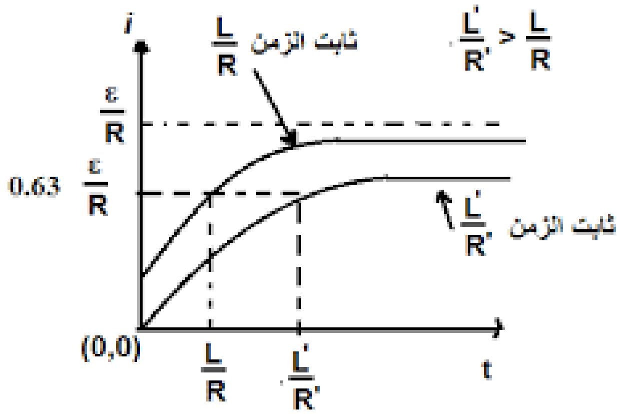
ان الكمية $\frac{L}{R}$ تسمى ثابت الزمن للدائرة ولها نفس وحدات الزمن .

وعند التعويض عن الزمن (t) في المعادلة (2) بـ $(\frac{L}{R})$ فأن:

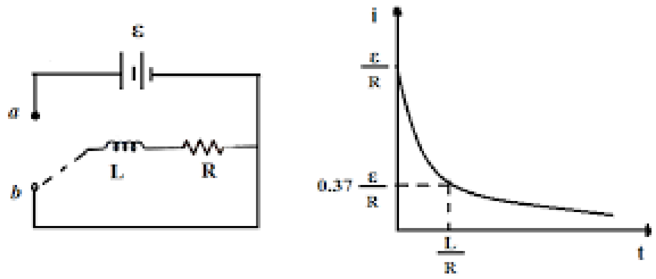
$$i = \frac{\xi}{R}(1 - e^{-1})$$

$$i = \frac{\xi}{R}(1 - 0.37) \rightarrow i = 0.63\frac{\xi}{R}$$

ثابت الزمن: هو الزمن اللازم لنمو التيار من الصفر حتى يصل (63%) من قيمته القصوى عند غلق الدائرة.



عند فتح المفتاح سوف تفصل البطارية عن الدائرة وتتكون دائرة اخرى مغلقة تحتوي على L,R فقط. وهنا ايضاً نجد ان التيار يهبط في الحال من قيمته الابتدائية وهي $(\frac{\xi}{R})$ الى الصفر انما يتناقص تدريجياً مع الزمن وذلك بسبب القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المضادة المتولدة في الملف.



بتطبيق قانون كيرشوف على الدائرة المغلقة الجديدة:

$$L\frac{di}{dt} + iR = 0$$

وبعد عزل المتغيرات واجراء التكامل:

$$\int_{\xi/R}^{i} \frac{di}{i} = -\frac{R}{L}\int_{0}^{t} dt$$

$$[\ln i]_{\xi/R}^{\;i} = -\frac{R}{L}.t$$

$$\ln\frac{i}{\xi/R} = -\frac{R}{L}t$$

$$i = \frac{\xi}{R}e^{-\frac{R}{L}t} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. (3)$$

بالتعويض عن $t = \frac{L}{R}$:

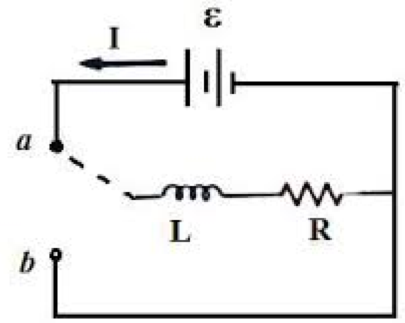
$$i = \frac{\xi}{R}e^{-1} \to i = 0.37\frac{\xi}{R}$$

ان التيار يتناقص اسياً مع الزمن وبعد زمن($t = \frac{L}{R}$) اي ثابت الزمن فأن التيار يهبط الى (37%) من قيمته الثابتة $(\frac{\xi}{R})$.

الطاقة المخزونة في المجال المغناطيسي:

ان مصدر القوة الدافعة الكهربائية يكون مسؤولاً عن تغذية الدائرة الكهربائية بالطاقة اللازمة ليكون تياراً فيها. فلو اخذنا الدائرة المبينة في الشكل المكون من مصدر للقوة الدافعة الكهربائية (ξ) متصلاً مع ملف حثه الذاتي (L) ومقاومة (R) فعند غلق المفتاح فأن التيار ينمو في الدائرة وفق المعادلة التفاضلية:

$$\xi = iR + L\frac{di}{dt}$$



بضرب طرفي المعادلة في التيار (i):

$$\xi i = i^2R + Li\frac{di}{dt}$$

ان هذه المعادلة تعبر عن **قانون حفظ الطاقة** حيث ان:

(**$i\xi$**) المعدل الزمني للطاقة (القدرة) التي تجهزها البطارية للدائرة.

(**i^2R**) المعدل الزمن للطاقة الضائعة او القدرة الضائعة التي تظهر بشكل حرارة في المقاومة.

(**$Li\frac{di}{dt}$**) المعدل الزمني للطاقة اللازمة لبناء المجال المغناطيسي اثناء فترة نمو التيار.

عندما يصل التيار الى قيمته القصوى فأن ($\frac{di}{dt} = 0$) وعندئذٍ تتوقف البطارية عن امداد الملف بالطاقة وعليه فأن الكمية الاخيرة يجب اذن ان تعبر عن المعدل الزمني لخزن الطاقة في المجال المغناطيسي المكون في الملف اي ان:

$$\frac{dU_B}{dt} = Li\frac{di}{dt} \rightarrow dU_B = Lidi$$

ولحساب الطاقة المغناطيسية الكلية المخزونة في الملف (U_B) عندما يزداد التيار من الصفر الى ان يصبح (i) نكامل المعادلة الاخيرة فنحصل على:

$$\int_0^{U_B} dU_B = L\int_0^{i} i\,di$$

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(1)$$

لنفرض ان الملف بشكل حلزوني طويل طوله (l) ومساحة مقطعه (A) ويحتوي على (n) من اللفات لوحدة الطول. وعليه فان حثية الملف تساوي:

$$L = \mu_0 n^2 lA$$

بتعويض هذه القيمة في معادلة الطاقة (1):

$$U_B = \frac{1}{2}(\mu_0 n^2 lA)i^2$$

ان الطاقة لوحدة الحجم او كثافة الطاقة:

$$u_B = \frac{U_B}{Al} = \frac{1}{2}\frac{\mu_0^2 n^2 i^2}{\mu_0}$$

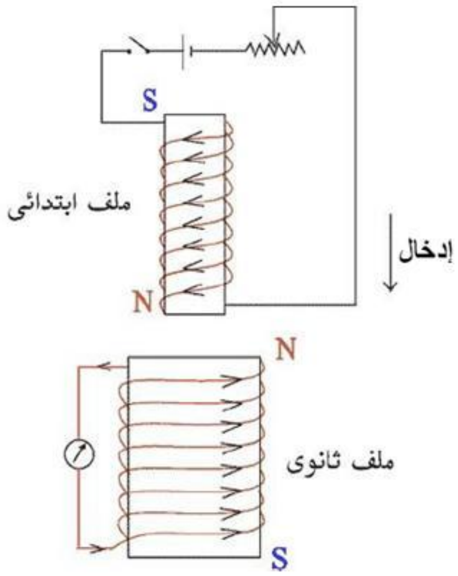
$$B = \mu_0 n i$$

$$\boxed{u_B = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}}$$

المعادلة اعلاه تمثل **كثافة الطاقة المخزونة في الملف.**

الحث المتبادل

الشكل التالي يمثل ملفات الملف الابتدائي عدد لفاته N_1 متصل ببطارية ومفتاح والملف الثانوي عدد لفاته N_2 ومتصل بكلفانوميتر.



عندما يمر تيار في الملف الابتدائي (i_1) يؤدي الى توليد فيض مغناطيسي في الملف الثانوي $(\emptyset_2)$ ومقداره يتناسب مع التيار (i_1) حيث ان:

$$N_2\emptyset_2 \propto i_1$$

$$N_2\emptyset_2 = Mi_1$$

M – ثابت التناسب ويسمى معامل الحث المتبادل بين الملفين.

وعندما يتغير التيار مع الزمن في الملف الابتدائي بمقدار $(\frac{di_1}{dt})$ فأن الفيض يغير مع الزمن في الملف الثانوي بمقدار $(\frac{d\emptyset_2}{dt})$ اي ان:

$$N_2\frac{d\emptyset_2}{dt} = M\frac{di_1}{dt}$$

وحسب قانون فراداي فأن:

$$\xi_2 = -N_2\frac{d\emptyset_2}{dt}$$

$$\xi_2 = -M\frac{di_1}{dt} \dots\dots\dots\dots\dots\dots . (1)$$

يتضح من المعادلة (1) انه عندما يتغير التيار مع الزمن في الملف الابتدائي تتولد قوة دافعة كهربائية محتثة في الملف الثانوي وتدعى هذه الظاهرة بظاهرة الحث المتبادل.

فاذا تغير التيار في الملف الابتدائي بمقدار($\frac{di_1}{dt}$) تتولد في الملف الثاني قوة دافعة كهربائية مقدارها (ξ_2) وبنفس الطريقة اذا تغير التيار في الملف الثانوي بمقدار($\frac{di_2}{dt}$) تتولد في الملف الابتدائي قوة دافعة كهربائية مقدارها (ξ_1) اي ان :

$$\xi_2 = -M\frac{di_1}{dt} \qquad\qquad \xi_1 = -M\frac{di_2}{dt}$$

ان وحدة معامل الحث المتبادل بين ملفين هي وحدة معامل الحث الذاتي نفسها *(Henery)*.

يعتمد مقدار الحث المتبادل بين ملفيه على:

a- ثوابت الملفين المتجاورين (L_1/L_2) .

b- درجة اقتران الملفين، فعند الاقتران التام (وجود قلب حديدي مغلق) كما هو الحال في المحولة الكهربائية فأن الفيض المغناطيسي للملف الابتدائي يخترق بأكمله الملف الثانوي. اي ان:

$$\frac{d\emptyset_1}{dt} = \frac{d\emptyset_2}{dt}$$

وبهذه الحالة فأن الحث المتبادل يعتمد فقط على L_1,L_2 حيث ان:

$$\mathrm{M} = \sqrt{L_1L_2}$$

ويمكن اثبات ذلك كالاتي:

<u>في الملف الابتدائي:</u>

$$N_1\emptyset_1 = L_1i_1$$

$$L_1 = \frac{N_1\emptyset_1}{i_1}$$

<u>في الملف الثانوي:</u>

$$N_2\emptyset_2 = L_2i_2$$

$$L_2 = \frac{N_2\emptyset_2}{i_2}$$

عندما يمر تيار في الملف الابتدائي (i_1) يتولد فيض مغناطيسي في الملف الثانوي حيث ان:

$$N_2\emptyset_2 = Mi_1 \rightarrow M = \frac{N_2\emptyset_2}{i_1}$$

وبنفس الطريقة فان:

$$N_1\emptyset_1 = Mi_2 \rightarrow M = \frac{N_1\emptyset_1}{i_2}$$

$$M^2 = \frac{N_1N_2\emptyset_1\emptyset_2}{i_1i_2}$$

$$M^2 = L_1 \cdot L_2$$

$$\boxed{M = \sqrt{L_1L_2}}$$

ان النسبة $\frac{M}{\sqrt{L_1L_2}}$ تسمى معامل الاقتران بين الملفين ويرمز لها بالحرف (K) :

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1L_2}}$$

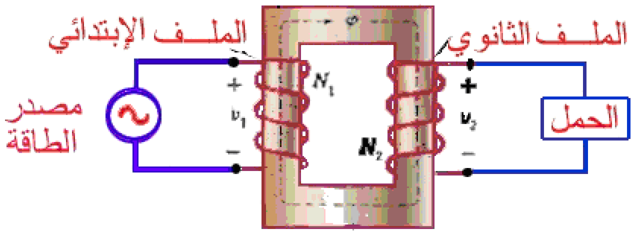
K- Coefficient of coupling between the coil.

اعلى قيمة لــ (K) هي الواحد (K=1) حيث يكون الاقتران تام بين الملفين ويكون الحث المتبادل بين الملفين في قيمته القصوى.

المحولة الكهربائية Transformer

المحولة جهاز من اجهزة التيار المتناوب تستعمل لخفض او رفع الفولتية المتناوبة فيزداد التيار او ينقص وتتكون من:

1- قلب من الحديد المطاوع بشكل صفائح معزولة عزلاً كهربائياً عن بعضها.
2- ملف ابتدائي يتصل بالمصدر فولتية (V_1) وعدد لفاته (N_1) .
3- ملف ثانوي يتصل بالحمل فولتية (V_2) وعدد لفاته (N_2).



محولة رافعة تكون $(V_2>V_1)$ / $(N_2>N_1)$.

محولة خافضة تكون $(V_2<V_1)$ / $(N_2<N_1)$.

عمل المحولة

عندما يتغير التيار في الملف الابتدائي يتغير الفيض ايضاً في الملف ونتيجة القلب المغلق بين الملفين يتغير الفيض بالملف الثاني وحسب قانون فراداي:

$$V_1 = -N_1 \frac{d\emptyset_1}{dt}$$

$$V_2 = -N_2 \frac{d\emptyset_2}{dt}$$

بما ان:

$$\frac{d\emptyset_1}{dt} = \frac{d\emptyset_2}{dt}$$

$$\therefore \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

ان الكمية $(\frac{N_2}{N_1})$ تسمى نسبة التحويل.

$$\frac{N_2}{N_1} > 1 \rightarrow \text{محولة رافعة}$$

$$\frac{N_2}{N_1} < 1 \rightarrow \text{محولة خافضة}$$

كفاءة المحولة (η):

هناك خسائر في المحولة تجعل القدرة الخارجة من الملف الثانوي (P_2) اقل من القدرة الداخلة الى الملف الابتدائي (P_1).

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \times 100\%$$

$$P_1 = I_1 V_1 \qquad ; \qquad P_2 = I_2 V_2$$

$$\eta = \frac{V_2 I_2}{V_1 I_1} \times 100\%$$

$$P_1 - P_2 = \text{خسائر المحولة}$$

$$I_1^2 R_1 = \text{الخسائر في الملف الابتدائي}$$

$$I_2^2 R_2 = \text{الخسائر في الملف الثانوي}$$

الخسائر في المحولة = الخسائر في الملف الابتدائي + الخسائر في الملف الثانوي + الخسائر في النواة.

اذا كانت المحولة مثالية :

$$P_1 = P_2$$

$$I_1 V_1 = I_2 V_2$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{I_1}{I_2}$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{I_1}{I_2}$$