$$\frac{dx_1}{x_1} - \frac{4\,dv}{2-v} = 0$$

$x = x_1 - 1 \Rightarrow x_1 = x+1$

$y = y_1 + 1 \Rightarrow y_1 = y-1$

$$\int \frac{dx_1}{x_1} - \int \frac{4\,dv}{2-v} = 0$$

$v = \frac{y_1}{x_1}$

$$\ln x_1 + 4\ln|2-v| = \ln c$$

$$\ln|x+1| + 4\ln\left|2 - \frac{y_1}{x_1}\right| = \ln c$$

$$\ln|x+1| + 4\ln\left|2 - \frac{y-1}{x+1}\right| = \ln c$$ الحل العام

٤- المعادلات التفاضلية التامة :-

لتكن $f(x,y)$ دالة في المتغيرين x و y يسمى التفاضل

$$df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy \quad — ①$$

بالتفاضل التام للدالة $f(x,y)$ واذا ساوى الطرف الايمن للمعادلة (1) بالصفر اي ان

$$\frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy = 0 \quad — ②$$

فإن المعادلة ② تسمى معادلة تفاضلية تامة وحلها العام هو

$F(x,y) = c$ الحل العام

حيث c هو ثابت اختياري

جد التفاضل التام للدالة

$$F(x,y) = xy + x - y - 3$$

$$dF = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$$

عندما نشتق x يعتبر y ثابت بالنسبة لـ x

عندما نشتق y يعتبر x ثابت بالنسبة لـ y

التفاضل التام $\quad dF = y\,dx + dx + x\,dy - dy$

$$(y+1)\,dx + (x-1)\,dy = 0 \leftarrow \text{معادلة تفاضلية تامة}$$

$$\int \frac{dx}{(x-1)} + \int \frac{dy}{y+1} = 0$$

$$\ln|x-1| + \ln|y+1| = \ln c$$

الحل العام $\quad (x-1)(y+1) = c$

ملاحظة: حالة نجد منها التفاضل التام وعندها نساوي الطرف الايمن التفاضل التام بالصفر تصبح المعادلة التفاضلية تامة.

مبرهنة :

ان الشرط الضروري والكافي لكي تكون المعادلة التفاضلية

$$M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$$

تامة هو

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

لايجاد الحل العام هنالك طريقتين :

الطريقة الأولى :- $\int M(x,y)\,dx = F(x,y)$

$$\int N(x,y)\,dy = g(x,y)$$

مع ملاحظة عدم تكرار الحدود المتشابهة

الحل العام . $F(x,y) + g(x,y) = c$

الطريقة الثانية :-

بمقارنة المعادلة

$$M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$$

مع التفاضل التام

$$\frac{\partial f}{\partial x}\,dx + \frac{\partial f}{\partial y}\,dy = 0$$

$$\int \frac{\partial f}{\partial x} = \int M(x,y) \quad , \quad \frac{\partial f}{\partial y} = N(x,y)$$

$$f(x,y) = \int M(x,y)\,dx + \phi(y) \quad \text{---} \; *$$

نكامل بالنسبة لـ x نضيف دالة بالنسبة لـ y

والعكس صحيح .

$$f(x,y) = \int N(x,y)\,dy + \phi(x) \quad \text{---} *$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\int M(x,y)\,dx + \phi'(y)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = N(x,y)$$

$$\int \phi'(y) = ? \Rightarrow \phi'(y) = ?$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\int M(x,y)\,dy + \phi'(x)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = M(x,y)$$

$$\int \phi'(x) = ? \quad , \Rightarrow \phi(x) = ?$$

ثم نعوض في * نحصل على الحل العام.

مثال: حل المعادلة التفاضلية التالية

$$(xy^2 - y)\,dx + (x^2y - x)\,dy = 0 \qquad (1)$$

$$M(x,y) = xy^2 - y \quad , N(x,y) = x^2y - x$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 2xy - 1 \quad , \frac{\partial N}{\partial x} = 2xy - 1$$

$$\therefore \frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

∴ المعادلة تامة

$$F(x,y) = \int (xy^2 - y)\,dx = \frac{x^2y^2}{2} - xy$$

$$g(x,y) = \int N(x,y)\,dy = \int (x^2y - x)\,dy$$

$$= \frac{x^2y^2}{2} - xy$$

حدود متشابهة ناخذ حد واحد فقط

$$F(x,y) + g(x,y) = c$$

$$\frac{x^2y^2}{2} - xy = c$$ الحل العام

طريقة ثانية لحل السؤال.

2) $F(x,y) = \int M(x,y)\,dx + \phi(y)$

أو

$g(x,y) = \int N(x,y)\,dy + \phi(x)$

$$F(x,y) = \int (xy^2 - y)\,dx + \phi(y)$$

$$F(x,y) = \frac{x^2y^2}{2} - xy + \phi(y)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = x^2y - x + \phi'(y) \quad , \quad \frac{\partial f}{\partial y} = N(x,y)$$

$$= N(x,y) = x^2y - x$$

$$\cancel{x^2y} - \cancel{x} + \phi'(y) = \cancel{x^2y} - \cancel{x}$$

$$\int \phi'(y) = \int 0$$

$$\phi(y) = c$$

بالتعويض في المعادلة الاصلية نحصل على

$$F(x,y) = \frac{x^2y^2}{2} - xy + c$$

التحقيق

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial y}dy$$

$$= xy^2dx - ydx + x^2ydy - xdy$$

$$= (xy^2 - y)dx + (x^2y - x)dy = 0$$

حل المعادلة التفاضلية التالية ^ تحل السؤال جاعلين له متغيرات وذلك موجود بالورقة.

$$y^3\sin 2x\,dx - 3y^2\cos^2 x\,dy = 0$$

اثبت ان المعادلة التفاضلية التالية تامة ثم جد الحل العام

$$M(x,y) = y^3\sin 2x \quad , N(x,y) = -3y^2\cos^2 x$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 3y^2\underbrace{\sin 2x}_{2\sin x\cos x} \qquad \frac{\partial N}{\partial x} = 6y^2\cos x\sin x$$

$$= 6y^2\sin x\cos x$$

$$\therefore \frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

$\therefore$ المعادلة تامة

لنا

$$F(x,y) = \int M(x,y)\,dx$$

$$F(x,y) = \int y^3\sin 2x = \int 2y^3\underbrace{\sin x\cos x}.$$

$$F(x,y) = 2y^3\frac{\sin^2 x}{2} = y^3\sin^2 x = -y^3\cos^2 x$$

$$g(x,y) = \int N(x,y)\,dy$$

$$g(x,y) = \int -3y^2 \cos^2 x\,dy$$

$$g(x,y) = -y^3 \cos^2 x$$

$$F(x,y) + g(x,y) = C$$

$$-y^3 \cos^2 x = C$$

التحقق: $-y^3 \cdot 2\cos x \sin x\,dx - 3y^2\cos^2 x\,dy = 0$

$-y^3 \sin 2x\,dx - 3y^2 \cos^2 x\,dy = 0$

Integrating Factors : العوامل المكاملة

عند ضرب طرفي معادلة تفاضلية غير تامة بعامل ما وتتحول الى تامة يسمى هذا العامل بعامل التكامل لتلك المعادلة

يمكن ايجاد عامل التكامل للمعادلة التفاضلية

$$M\,dx + N\,dy = 0.$$

في الحالات الاتية

1) اذا كانت

$$\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} = N f(x)$$

فان عامل التكامل هو

$$\mu = e^{\int f(x)\,dx}$$

2) اذا كانت

$$\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} = M f(y)$$

فان عامل التكامل هو

$$\mu = e^{-\int f(y)\,dy}$$

٣) اذا كان

$$\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial X} = N \cdot \frac{K}{x}$$

فإن عامل التكامل هو

$$M = X^{K}$$

٤) اذا كان

$$\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial X} = -M \frac{K}{y}$$

فإن عامل التكامل هو

$$M = y^{-K}$$

مثال: جد عامل التكامل للمعادلة التفاضلية التالية ثم أوجد الحل العام لها؟

$$(2y - 4X^2)\, dX + X\, dy = 0$$

$$M(X,y) = 2y - 4X^2 \quad , \quad N(X,y) = X$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 2 \quad , \quad \frac{\partial N}{\partial X} = 1$$

$$\therefore \frac{\partial M}{\partial y} \neq \frac{\partial N}{\partial X} \Rightarrow$$ المعادلة غير تامة

$$\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial X} = N f(X)$$

$$\boxed{\begin{array}{l} 1 \cdot \frac{X}{X} = X \cdot \frac{1}{X} = N(X,y) \cdot \frac{1}{X} \\ K = 1 ,\ M = X^{K} = X \end{array}}$$

$$2 - 1 = X f(X)$$

$$1 = X f(X) \Rightarrow f(X) = \frac{1}{X}$$

$$M = e^{\int f(X)\, dX} = e^{\int \frac{1}{X} dX} = e^{\ln X} = X$$

$\therefore$ عامل التكامل هو $M = X$

بضرب طرفي المعادلة الاصلية بعامل التكامل X ينتج

$$X(2y-4x^2)\,dx + x^2\,dy = 0$$

$$(2xy-4x^3)\,dx + x^2\,dy = 0$$

$$M_1(x,y) = 2xy-4x^3 \quad , \quad N_1(x,y) = x^2$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial y} = 2x \quad , \quad \frac{\partial N_1}{\partial x} = 2x$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial y} = \frac{\partial N_1}{\partial x} \Rightarrow$$ المعادلة تامة

$$F(x,y) = \int M_1(x,y)\,dx = \int (2xy-4x^3)\,dx$$

$$F(x,y) = x^2y - x^4$$

$$g(x,y) = \int N_1(x,y)\,dy = \int x^2\,dy = x^2y$$

$$F(x,y) + g(x,y) = c'$$

$$x^2y - x^4 = c$$ الحل العام

مثال: حل معادلة تفاضلية التالية.

$$(3xy^3+4y)\,dx + (3x^2y^2+2x)\,dy = 0$$

$$M(x,y) = 3xy^3+4y \quad , \quad N(x,y) = 3x^2y^2+2x$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 9xy^2+4 \quad , \quad \frac{\partial N}{\partial x} = 6xy^2+2$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} \neq \frac{\partial N}{\partial x}$$ ∴ المعادلة غير تامة

$$\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} = 9xy^2+4-(6xy^2+2)$$

$$= 9xy^2+4-6xy^2-2$$

$$= (3xy^2+2)\left(\frac{x}{x}\right)$$ في البسط والمقام

لكي نحصل على احدى المعادلتين M او N

$$= (3x^2y^2+2x)\cdot\frac{1}{x}$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} = N(x,y)\cdot\frac{1}{x}\,M$$

$K=1$

$$M = x^K = x^1 = x$$

$$M = x$$

نضرب المعادلة الاصلية بعامل التكامل x ينتج

$$x(3xy^3+4y)\,dx + x(3x^2y^2+2x)\,dy = 0$$

$$(3x^2y^3+4xy)\,dx+(3x^3y^2+2x^2)\,dy=0$$

$$M_1(x,y)=3x^2y^3+4xy\ ,\ N_1(x,y)=3x^3y^2+2x^2$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial y}=9x^2y^2+4x\ ,\ \frac{\partial N_1}{\partial x}=9x^2y^2+4x$$

$$\therefore \frac{\partial M_1}{\partial y}=\frac{\partial N_1}{\partial x}$$ ∴ المعادلة تامة

$$F(x,y)=\int M_1(x,y)\,dx=\int(3x^2y^3+4xy)\,dx$$

$$=x^3y^3+2x^2y$$

$$g(x,y)=\int N_1(x,y)\,dy=\int(3x^3y^2+2x^2)\,dy$$

$$g(x,y)=x^3y^3+2x^2y$$

$$F(x,y)+g(x,y)=c$$

$$x^3y^3+2x^2y=c$$ الحل العام

مثال :- حل المعادلة التفاضلية التالية

$$(2xy^2 - 2y)\,dx + (3x^2y - 4x)\,dy = 0$$

$$M(x,y) = 2xy^2 - 2y \,,\quad N(x,y) = 3x^2y - 4x$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 4xy - 2 \,,\quad \frac{\partial N}{\partial x} = 6xy - 4$$

$$\therefore \frac{\partial M}{\partial y} \neq \frac{\partial N}{\partial x} \Rightarrow$$ المعادلة غير تامة

$$\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} = 4xy - 2 - (6xy - 4)$$

$$= 4xy - 2 - 6xy + 4$$

$$= (-2xy + 2)\left(\frac{-y}{-y}\right)$$

$$= (2xy^2 - 2y)\left(\frac{-1}{y}\right)$$

أو ناقص

$$\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} = M(x,y)\left(\frac{-1}{y}\right)$$

$$K = -1$$

$$\mu = y^{-K} = y^{-(-1)} = y^{1} = y$$

عامل التكامل هو $\mu = y$

بضرب طرفي المعادلة الاصلية بعامل التكامل y ينتج

$$(2xy^3 - 2y^2)\,dx + (3x^2y^2 - 4xy)\,dy = 0$$

$M_1(X,y) = 2Xy^3 - 2y^2 \quad , N_1(x,y) = 3x^2y^2 - 4xy$

$\frac{\partial M_1}{\partial y} = 6Xy^2 - 4y \quad , \frac{\partial N_1}{\partial X} = 6Xy^2 - 4y$

$\frac{\partial M_1}{\partial y} = \frac{\partial N_1}{\partial X} \Rightarrow$ exactable

$F(X,y) = \int M_1(X,y)\,dX = \int (2Xy^3 - 2y^2)\,dX$

$= X^2y^3 - 2Xy^2$

$g(X,y) = \int N_1(X,y)\,dy = \int (3X^2y^2 - 4Xy)\,dy$

$= X^2y^3 - 2Xy^2$

$F(X,y) + g(X,y) = C$

$X^2y^3 - 2Xy^2 = C$

٥) المعادلات التفاضلية الخطية:
اي معادلة تفاضلية مهما كانت رتبتها تكون خطية اذا كانت الدالة وجميع المشتقات التي تظهر فيها من الدرجة الاولى وغير مضروبة ببعضها ومعاملاتها الدالة.

$$a_0 \frac{d^n y}{dx^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + a_2 \frac{d^{n-2} y}{dx^{n-2}} + \cdots + a_{n-1} \frac{dy}{dx} + a_n y = f(X)$$

إن الصيغة العامة لمعادلة خطية من الرتبة الأولى هي

$$\frac{dy}{dX} + P(X)y = Q(X) \quad (1)$$

حيث $P(X)$ و $Q(X)$ دالتان مستمرتان بـ X فقط

لايجاد الحل للمعادلة (1) نضرب طرفي المعادلة (1) بعامل التكامل

ملاحظة:

(١) الصيغة العامة للمعادلة الخطية $\frac{dy}{dx} + P(X)y = Q(X)$
عامل التكامل هو

$$M(x) = e^{\int P(x)\,dX}$$

والحل العام هو

$$y\,M(x) = \int M(x)\,Q(x)\,dX + C$$

حيث C ثابت التكامل

(٢) عند تتعاكس المتغيرات ~~...~~ فتظهر المعادلة (1) بالصورة التالية

$$\frac{dX}{dy} + g(y)X = h(y)$$

فان عامل التكامل هو $M(y) = e^{\int g(y)\,dy}$

والحل العام هو

$$x\,M(y) = \int M(y)\,h(y)\,dy + c$$

حيث c ثابت اختياري

مثال: حل المعادلة التفاضلية التالية

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = x^2 - 3$$

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

$$P(x) = \frac{1}{x}, \quad Q(x) = x^2 - 3$$

$$M(x) = e^{\int P(x)\,dx} = e^{\int \frac{1}{x}\,dx} = e^{\ln x} = x$$

$$y\,M(x) = \int M(x)\,Q(x)\,dx + c$$

$$xy = \int x(x^2-3)\,dx + c$$

$$xy = \int (x^3 - 3x)\,dx + c$$

$$xy = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + c$$

$$y = \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{2}x + cx^{-1}$$ الحل العام

مثال: حل المعادلة التفاضلية التالية:

$$\cos x \frac{dy}{dx} + y \sin x = 1 \quad \div \cos x$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{\sin x}{\cos x} \cdot y = \frac{1}{\cos x}$$

$$\frac{dy}{dx} + \tan x \, y = \sec x$$

$$P(x) = \tan x \quad , \quad Q(x) = \sec x$$

$$M(x) = e^{\int \tan x dx} = e^{\int \frac{\sin x}{\cos x} dx} = e^{-\ln \cos x}$$

$$= e^{\ln(\cos x)^{-1}} = (\cos x)^{-1} = \frac{1}{\cos x}$$

$$M(x) y = \int M(x) Q(x) dx + c$$

$$\frac{1}{\cos x} \cdot y = \int \frac{1}{\cos x} \cdot \sec x \, dx + c$$

$$\frac{1}{\cos x} \cdot y = \int \sec^2 x \, dx + c$$

$$\frac{1}{\cos x} y = \tan x + c$$

$$y = \sin x + c \cos x$$ الحل العام.

حل المعادلة التفاضلية التالية:

$$y\frac{dX}{dy} + 2X = y^3$$

قد يأتي السؤال بصيغة الشكل

$$y\,dX + 2X\,dy = y^3\,dy$$

$$\frac{dX}{dy} + \frac{2}{y}X = y^2$$

$$\frac{dX}{dy} + g(y)X = h(y)$$

$$g(y) = \frac{2}{y} \quad , h(y) = y^2$$

$$M(y) = e^{\int \frac{2}{y}dy} = e^{2\ln y} = e^{\ln y^2} = y^2$$

$$M(y) = y^2$$

$$M(y)X = \int M(y)\cdot h(y)\,dy + c$$

$$y^2X = \int y^2\cdot y^2\,dy + c$$

$$y^2X = \int y^4\,dy + c$$

$$y^2X = \frac{1}{5}y^5 + c$$

$$X = \frac{1}{5}y^3 + cy^{-2}$$ الحل العام

١٦. معادلة برنولي:
الصيغة العامة لمعادلة برنولي هي:

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^n \quad , n \neq 1 \quad — ①$$

حيث ان $Q(x)$, $P(x)$ دالتان بـ x فقط
واحيانا تكون الصيغة العامة بالصورة التالية

$$\frac{dx}{dy} + g(y)x = h(y)x^n \quad , n \neq 1 \quad — ①$$

حيث $g(y)$, $h(y)$ دوال بـ y فقط.

لحل المعادلة ① نحولها الى معادلة خطية وذلك
بضرب جميع حدودها بـ y^{-n}

$$y^{-n}\frac{dy}{dx} + P(x)y^{1-n} = Q(x) \quad — ②$$

واستعمال الفرضية $Z = y^{1-n}$
تتحول المعادلة الى معادلة خطية بالنسبة لـ Z يمكن
حلها بالطرق السابقة.

مثال: حل المعادلة التفاضلية التالية

$$xy - \frac{dy}{dx} = y^3 e^{-x^2}$$

بالضرب بـ -1 نحصل على

$$\frac{dy}{dx} - xy = -y^3 e^{-x^2}$$

بالضرب بـ y^{-3} نحصل على

$$y^{-3}\frac{dy}{dx} - xy^{-2} = -e^{-x^2} \quad — (*)$$

let $Z = y^{-2}$ $\quad , Z = y^{1-n} = y^{1-3} = y^{-2}$

$n = 3$

$$\frac{dZ}{dx} = -2y^{-3}\frac{dy}{dx}$$

$$-\frac{1}{2}\frac{dZ}{dx} = y^{-3}\frac{dy}{dx}$$

بالتعويض في * نحصل على

$$-\frac{1}{2}\frac{dZ}{dx} - xZ = -e^{-x^2}$$

$$\frac{dZ}{dx} + 2xZ = 2e^{-x^2}$$

$$M(x) = e^{\int 2x\,dx} = e^{x^2}$$

$$M(x)Z = \int M(x)\,Q(x)\,dx + c$$

$$e^{x^2}Z = \int 2e^{-x^2}\cdot e^{x^2}\,dx + c$$

$$e^{x^2}Z = \int 2\,dx + c$$

$$e^{x^2}Z = 2x + c$$

$$Z = 2xe^{-x^2} + ce^{-x^2}$$

$$y^{-2} = 2xe^{-x^2} + ce^{-x^2}$$ الحل العام

مثال: حل المعادلة التفاضلية التالية:

$$dx - 2xy\,dy = 6x^3y^2e^{-2y^2}dy \qquad \times\, dy$$

$$\frac{dx}{dy} - 2xy = 6x^3y^2e^{-2y^2} \qquad \text{بالضرب بـ } x^{-3}$$

$$x^{-3}\frac{dx}{dy} - 2x^{-2}y = 6y^2e^{-2y^2} \qquad \text{———} (*)$$

$$\text{let } z = x^{-2} \Rightarrow \frac{dz}{dy} = -2x^{-3}\frac{dx}{dy}$$

$$-\frac{1}{2}\frac{dz}{dy} = x^{-3}\frac{dx}{dy}$$

بالتعويض في (*) نحصل على

$$-\frac{1}{2}\frac{dz}{dy} - 2zy = 6y^2e^{-2y^2}$$

$$\frac{dz}{dy} + 4zy = -12y^2e^{-2y^2}$$

$$M(y) = e^{\int 4y\,dy} = e^{2y^2}$$

$$M(y)z = \int e^{2y^2}\left(-12y^2e^{-2y^2}\right)dy + c$$

$$e^{2y^2}z = \int -12y^2\,dy + c$$

$$e^{2y^2}z = -4y^3 + c$$

$Z = -4y^{3}e^{-2y^{2}} + ce^{-2y^{2}}$

$Z = x^{-2}$

$x^{-2} = -4y^{3}e^{-2y^{2}} + ce^{-2y^{2}}$ الحل العام

المعادلات التفاضلية الآنية :-

تعتمد المعادلات التفاضلية الآنية على متغير مستقل واحد ومتغيرات معتمدة بعدد عدد المعادلات ويمكن تحويل هذه المعادلات الى معادلة واحدة بمتغير مستقل واحد ومتغير معتمد واحد كالمعادلات السابقة.

الصيغة العامة لهذه الانواع من المعادلات هي :

$\frac{dx}{dt} = f(x,t)$ —— ①

$\frac{dy}{dt} = g(x,y,t)$ —— ②

حيث t هو المتغير المستقل و x و y هي المتغيرات المعتمدة

نعالج المعادلة ① بالطرق السابقة لانها بمتغيرين ونعوض الناتج في المعادلة ② فتصبح معادلة بمتغيرين ونحلها بالطرق السابقة ويكون الجواب النهائي بصيغة المعادلة الوسطية.