$\ln x - v = c$

$\ln x - \frac{y}{x} = c$ الحل العام للمعادلة

مثال حل المعادلة التفاضلية التالية:

اوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية

$(2xy + y^2)\,dx - 2x^2\,dy = 0$

ثم أوجد الحل الخاص عند النقطة $(x,y)=(e,e)$

$M(x,y) = (2xy + y^2)$

$M(tx,ty) = 2txty + t^2y^2 = t^2(2xy + y^2)$

$= t^2 M(x,y)$

$N(x,y) = -2x^2$

$N(tx,ty) = -2t^2x^2 = t^2(-2x^2) = t^2 N(x,y)$

$\therefore M$ متجانسة ومن الدرجة الثانية

N متجانسة ومن الدرجة الثانية

$\therefore M, N$ متجانستين ومن نفس الدرجة

$\therefore$ المعادلة التفاضلية متجانسة

let $y = vx \Rightarrow v = \frac{y}{x}$

$dy = v\,dx + x\,dv$

$(2xvx + v^2x^2)\,dx - 2x^2(v\,dx + x\,dv) = 0$

$(2vx^2 + v^2x^2)\,dx - 2x^2(v\,dx + x\,dv) = 0$

$2v\cancel{x^2}dx + v^2x^2dx - 2\cancel{x}\cancel{x}^2dx - 2x^3dv = 0$

$v^2x^2dx - 2x^3dv = 0 \quad x^3v^2$ بالقسمة على

$\int \frac{dx}{x} - \int \frac{2}{v^2}\, dv = 0$

$\ln x + \frac{2}{v} = c$

$\ln x + \frac{2}{\frac{y}{x}} = c$

$\ln x + \frac{2x}{y} = c$ الحل العام للمعادلة

الحل الخاص عند النقطة (e,e)

$\ln e + \frac{2e}{e} = c$

$\ln e + 2 = c$

$1 + 2 = c \Rightarrow c = 3$ نعوض بالحل العام

$\ln x + \frac{2x}{y} = 3$ الحل الخاص للمعادلة

اوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية

$$(x^2+y^2)\,dx - 2xy\,dy = 0$$

$$M(x,y) = x^2+y^2$$
$$M(tx,ty) = t^2x^2+t^2y^2 = t^2(x^2+y^2) = t^2M(x,y)$$

$$N(x,y) = -2xy$$

$$N(tx,ty) = -2xtyt = t^2(-2xy) = t^2N(x,y)$$

$\because$ M متجانسة من الدرجة الثانية

N متجانسة من الدرجة الثانية

$\therefore$ M و N متجانستان من نفس الدرجة

$\therefore$ المعادلة التفاضلية متجانسة

let $y = vx \Rightarrow v = \frac{y}{x}$

$dy = v\,dx + x\,dv$

$$(x^2+v^2x^2)\,dx - 2xvx(v\,dx + x\,dv) = 0$$

$$x^2dx + v^2x^2dx - 2x^2v^2dx - 2x^3v\,dv = 0$$

$$x^2dx - x^2v^2dx - 2x^3v\,dv = 0$$

$$x^2(1-v^2)\,dx - 2x^3v\,dv = 0 \qquad \div\ x^3(1-v^2)$$

$$\frac{dx}{x} - \frac{2v}{(1-v^2)}\,dv = 0$$

$$\ln x + \ln|1-v^2| = \ln c$$

$$x(1-v^2) = c$$

$x\left(1-\frac{y^2}{x^2}\right) = c$ الحل العام

$y = 0 \,,\, x = 2$

$2(1-0) = c$

$c = 2$

$x(1-v^2) = 2$ الحل الخاص من المعادلة

2) $(3\theta + 2r)\,d\theta + (2\theta - 4r)\,dr = 0$

$\quad M(\theta,r) \qquad\qquad N(\theta,r)$

$M(\theta,r) = 3\theta + 2r$

$M(t\theta,tr) = 3t\theta + 2tr = t(3\theta+2r) = t\,M(\theta,r)$

$N(\theta,r) = 2\theta - 4r$

$N(t\theta,tr) = 2t\theta - 4tr = t(2\theta - 4r) = t\,N(\theta,r)$

$\therefore$ M متجانسة من الدرجة الأولى

N متجانسة من الدرجة الأولى

$\therefore$ المعادلة التفاضلية متجانسة

let $r = v\theta \Rightarrow v = \frac{r}{\theta}$

$dr = v\,d\theta + \theta\,dv$

$(3\theta + 2v\theta)\,d\theta + (2\theta - 4v\theta)(v\,d\theta + \theta\,dv) = 0$

$3\theta\,d\theta + 2v\theta\,d\theta + 2\theta v\,d\theta + 2\theta^2\,dv - 4v^2\theta\,d\theta - 4v\theta^2$

$3\theta\,d\theta + 4v\theta\,d\theta + 2\theta^2\,dv - 4v^2\theta\,d\theta - 4v\theta^2\,dv = 0$

$$(3\theta + 4v\theta - 4v^2\theta)\,d\theta + (2\theta^2 - 4v\theta^2)\,dv = 0$$

$$\theta(3+4v-4v^2)\,d\theta + \theta^2(2-4v)\,dv = 0 \quad \div\ \theta^2(3+4v-4v^2)$$

$$\frac{d\theta}{\theta} + \frac{2-4v}{(3+4v-4v^2)} = 0$$

$$\ln\theta + \frac{1}{2}\ln(3+4v-4v^2) = \ln c$$

$$\theta\,(3+4v-4v^2)^{\frac{1}{2}} = c$$

$$\theta\left(3+\frac{4r}{\theta}-\frac{4r^2}{\theta^2}\right)^{\frac{1}{2}} = c$$

الحل الخاص عند النقطة $\underset{\theta,r}{(1,1)}$

$$1\,(3+4-4)^{\frac{1}{2}} = c$$

$$c = \sqrt{3}$$

$$\theta\left(3+\frac{4r}{\theta}-\frac{4r^2}{\theta^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} \qquad \text{الحل الخاص}$$

الأحد: ١٤/١٠/٢٠٢٠

٣

$$xy' = y\cos\left(\ln\frac{y}{x}\right)$$

$$x\frac{dy}{dx} = y\cos\left(\ln\frac{y}{x}\right)$$

$$x\,dy = y\cos\left(\ln\frac{y}{x}\right)dx$$

$$y\cos\left(\ln\frac{y}{x}\right)dx - x\,dy = 0$$

$$M(x,y) = y\cos\left(\ln\frac{y}{x}\right)$$

$$M(tx,ty) = ty\cos\left(\ln\frac{\cancel{t}y}{\cancel{t}x}\right)$$

$$= t\,M(x,y)$$

$$N(x,y) = -x$$

$$N(tx,ty) = -tx = t(-x) = t\,N(x,y).$$

$\therefore$ M متجانسة من الدرجة الأولى

$\therefore$ N متجانسة من الدرجة الأولى

$\therefore$ M و N متجانستين ومن نفس الدرجة

$\therefore$ المعادلة التفاضلية متجانسة

let $y = xv$

$$dy = x\,dv + v\,dx$$

$$v = \frac{y}{x}$$

$vx\cos(\ln \frac{vx}{x})dx - x(v\,dx + x\,dv) = 0$

$vx\cos(\ln v) - xv\,dx - x^2 dv = 0$

$xv(\cos(\ln v) - 1)\,dx - x^2 dv = 0$

نقسم على $x^2 v\cos(\ln v)$

$\int \frac{dx}{x} - \int \frac{dv}{v(\cos(\ln v) - 1)} = 0$

$\therefore \int \frac{dv}{v[\cos(\ln x) - 1]} = \int \frac{dt}{\cos t - 1} \cdot \frac{\cos t + 1}{\cos t + 1}$

$= \int \frac{(\cos t + 1)}{(\cos^2 t - 1)} dt = \int \left(\frac{\cos t + 1}{-\sin^2 t}\right) dx$

$= -\int \cos t \sin^{-2} t\,dt - \int \csc^2 t\,dt$

$= -\frac{\sin^{-1} t}{-1} + \cot t$

$= \sin^{-1} t + \cot t$

let $t = \ln v$

$dt = \frac{1}{v} dv$

$\therefore \int \frac{dx}{x} - \int \frac{dv}{v(\cos(\ln v) - 1)} = 0$

$\ln x - \sin^{-1} t - \cot t = c$

$\ln x - \sin^{-1}\ln v \div \cot \ln v = C$

تمارين (1-2)

برهن ان كل معادلة هي حل المعادلة التفاضلية المقابلة لها حيث A, B, C ثوابت

1) $y'' + 4y = 0 \quad , \quad y = A\sin 2x + B\cos 2x$

$y' = 2A\cos 2x - 2B\sin 2x$

$y'' = -4A\sin 2x - 4B\cos 2x$

$\therefore y'' + 4y = 0$

$-4A\sin 2x - 4B\cos 2x + 4(A\sin 2x + B\cos 2x) = 0$

$-4A\cancel{\sin 2x} - 4B\cancel{\cos 2x} + \cancel{4A}\sin 2x + 4\cancel{B}\cos 2x = 0$

$0 = 0$

2) $xy' + y + x^4 y^4 e^x = 0 \quad , \quad y^{-3} = x^3(3e^x + c) \; ; \; y \neq 0$

$-3y^{-4}\, y' = x^3(3e^x) + (3e^x + c)\cdot 3x^2$

$$y' = \frac{3x^3 e^x + 3x^2(3e^x + c)}{-3y^{-4}}$$

$$y' = \frac{\cancel{3}\left[x^3e^x + x^2(3e^x+c)\right]}{-\cancel{3}\,y^4}$$

$$y' = \frac{-x^3e^x - x^2(3e^x+c)}{y^4}$$

$$y^{-3} = x^3(3e^x+c) \qquad \times \; y^4$$

$$y = x^3y^4(3e^x+c)$$

نعوض في المعادلة الاصلية ينتج

$$x \cdot \left[\frac{-x^3e^x - x^2(3e^x+c)}{y^4}\right] + x^3y^4(3e^x+c)$$

$$+ x^4y^4e^x = 0$$

$$\cancel{-x^4e^xy^4} - \cancel{x^3y^4(e^x+c)} + \cancel{x^3y^4(3e^x+c)} + \cancel{x^4e^xy^4} = 0$$

$$0 = 0$$

3) $2y'^2 - xy' + y = 3 \quad , \begin{cases} y = ct + 3 \\ x = 2t + c \end{cases}$

$y' = \frac{dy}{dx}$

$\frac{dy}{dt} = c \quad , \frac{dx}{dt} = 2 \quad y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \div \frac{dx}{dt}$

$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = c \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} c$

$2 \cdot \frac{1}{4} c^2 - x \cdot \frac{1}{2} c + y = 3$

$\frac{1}{2} c^2 - \frac{1}{2} c (2t + c) + ct + 3 = 3$

$\frac{1}{2} \cancel{c^2} - \cancel{ct} - \cancel{\frac{1}{2} c^2} + \cancel{ct} + 3 = 3$

$3 = 3$ قيم عددية لانهائية

$y = e^{cx}$ ماهي قيم الثابت c في الأسية تجعل

حلاً للمعادلة التفاضلية $y'' + 5y' + 6y = 0$

$y = e^{cx}$

$y' = c \cdot e^{cx}$

$y'' = c^2 \cdot e^{cx}$

التحقيق

$y = e^{-2x}$

$y' = -2e^{-2x} \quad , y'' = 4e^{-2x}$

$4e^{-2x} - 10e^{-2x} + 6e^{-2x} = 0$

$y = e^{-3x}$

$9e^{-3x} - 15e^{-3x} + 6e^{-3x} = 0$

$$c^2 e^{cx} + 5ce^{cx} + 6e^{cx} = 0$$

$$e^{cx}(c^2+5c+6) = 0 \qquad \div e^{cx}$$

$$e^{cx} = (c^2+5c+6) = 0$$

$$(c+3)(c+2) = 0$$

$$c = 3$$
$$c = 2$$

$$\therefore y = e^{-2x}$$

$$y = e^{-3x}$$

جد مجموعة الحل العام والحل المنفرد من معادلة التفاضلية

$$y'^2 = 4y \qquad \text{الحل المنفرد هو } y=0$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 4y$$

$$\frac{dy}{dx} = (4y)^{\frac{1}{2}}$$

$$dy = 2y^{\frac{1}{2}}\,dx \qquad \div y^{\frac{1}{2}}$$

$$y^{-\frac{1}{2}}\,dy = 2\,dx$$

$$\frac{y^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = 2x + c$$

الأحد: ٤/١١/٢٠١٢

$2y^{1/2} = 2x + c \quad \div 2$

$y^{1/2} = x + \frac{c}{2}$, let $c_1 = \frac{c}{2}$

$y^{1/2} = x + c_1$

$y = (x + c_1)^2$

٣- المعادلات التفاضلية ذات المعاملات الخطية:

الصيغة العامة للمعادلات التفاضلية ذات المعاملات الخطية هي

$$(ax + by + c)\,dx + (\alpha x + \beta y + \gamma)\,dy = 0 \quad -(1)$$

حيث a , b , α , β , c , γ ثوابت وان

$ax + by + c = 0$

$\alpha x + \beta y + \gamma = 0$

تمثل معادلتي خط مستقيم.

بتعويض بسيط يمكن تحويلها الى احدى الصورتين السابقتين (مفصولة متغيرات ام متجانسة).

نحول الى متجانسة

أ) اذا كان المستقيمان متقاطعين في نقطة ولتكن (h, k) عند ذلك نعوض

$x = x_1 + h \Rightarrow dx = dx_1$

$y = y_1 + k \Rightarrow dy = dy_1$

وبذلك تتحول المعادلة (1) الى معادلة متجانسة بـ x_1 و y_1

حل المعادلة التفاضلية التالية :

$$(2X-3y+4)dX+(3X-2y+1)dy=0$$

$2X-3y+4=0 \quad \text{--- (1)} * 3 \qquad m_1=\frac{-2}{3}$ نحسب الميل

$3X-2y+1=0 \quad \text{--- (2)} * 2 \qquad m_2=\frac{3}{2}$ نختار الحل التقاطع

$6X-9y+12=0$

$\mp 6X \pm 4y \mp 2=0$ بالطرح

$-5y+10=0 \Rightarrow 5y=10 \Rightarrow y=2$

بالتعويض في (1) ينتج

$2X-6+4=0$

$2X-2=0 \Rightarrow 2X=2 \Rightarrow X=1$

$\therefore (h,K)=(1,2)$ نقطة تقاطع المستقيمين $\therefore$

نفرض ان

$X=X_1+h \Rightarrow X=X_1+1$

$dX=dX_1$

$y=y_1+k \Rightarrow y=y_1+2$

$dy=dy_1$

$$[2(X_1+1)-3(y_1+2)+4]dX_1+[3(X_1+1)-2(y_1+2)+1]dy_1=0$$

$$(2X_1+\cancel{2}-3y_1-\cancel{6}+\cancel{4})dX_1+[3X_1+\cancel{3}-2y_1-\cancel{4}+\cancel{1}]dy_1$$

$$(2X_1-3y_1)dX_1+(3X_1-2y_1)dy_1=0$$

let $y_1 = v x_1 \Rightarrow dy_1 = v\,dx_1 + x_1\,dv$

$(2x_1 - 3v x_1)\,dx_1 + (3x_1 - 2v x_1)(v\,dx_1 + x_1\,dv) = 0$

$x_1(2-3v)\,dx_1 + (3x_1 - 2v x_1)\,v\,dx_1 + (3x_1 - 2v x_1)\,x_1\,dv = 0$

$x_1(2-3v)\,dx_1 + x_1(3v - 2v^2)\,dx_1 + x_1^2(3-2v)\,dv = 0$

$x_1(2 - \cancel{3v} + \cancel{3v} - 2v^2)\,dx_1 + x_1^2(3-2v)\,dv = 0$

$x_1(2-2v^2)\,dx_1 + x_1^2(3-2v)\,dv = 0$

$2x_1(1-v^2)\,dx_1 + x_1^2(3-2v)\,dv = 0$

$$\frac{2\,dx_1}{x_1} + \frac{(3-2v)}{(1-v^2)}\,dv = 0$$

$$\frac{3-2v}{1-v^2} = \frac{3-2v}{(1-v)(1+v)}$$

$$= \frac{A}{(1-v)} + \frac{B}{(1+v)}$$

او طريقة أخرى لحل التكامل

$$\frac{2\,dx_1}{x_1} + \frac{(3-2v)}{1-v^2}\,dv = 0$$

$$\frac{2\,dx_1}{x_1} + \frac{3}{1-v^2}\,dv + \frac{-2v}{(1-v^2)}\,dv$$

$2\ln|x_1| + 3\tanh^{-1} v + \ln|1-v^2| =$

$3 - 2v = A(1+v) + B(1-v)$

$3 - 2v = A + Av + B - Bv$

$A - B = -2$

$A + B = 3$

$2A = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{2}$

$$A - B = -2 \Rightarrow \frac{1}{2} - B = -2 \Rightarrow B = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$$

$$\int \frac{3-2v}{(1-v^2)} = \int \frac{\frac{1}{2}}{1-v}\,dv + \int \frac{\frac{5}{2}}{1+v}\,dv$$

$$= -\frac{1}{2}\ln|1-v| + \frac{5}{2}\ln|1+v|$$

$$\int \frac{2\,dx_1}{x_1} + \int \frac{(3-2v)}{1-v^2}\,dv = 0$$

$$2\ln x_1 - \frac{1}{2}\ln|1-v| + \frac{5}{2}\ln|1+v|$$

$$2\ln x_1 - \frac{1}{2}\ln\left|1-\frac{y_1}{x_1}\right| + \frac{5}{2}\ln\left|1+\frac{y_1}{x_1}\right| = \ln c$$

$$x = x_1 + 1 \Rightarrow x_1 = x - 1$$
$$y = y_1 + 2 \Rightarrow y_1 = y - 2$$

$$2\ln|x-1| - \frac{1}{2}\ln\left|1-\frac{y-2}{x-1}\right| + \frac{5}{2}\ln\left|1+\frac{y-2}{x-1}\right| = \ln c$$

الحل العام

ب) اذا كانت المستقيمات متوازيات اي ان ميل المستقيم الاول يساوي ميل المستقيم الثاني اي ان المحدد يساوي صفر

$$ax + by + c = 0 \Rightarrow m_1 = \frac{-a}{b}$$

$$\alpha x + \beta y + \gamma = 0 \Rightarrow m_2 = \frac{-\alpha}{\beta}$$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ \alpha & \beta \end{vmatrix} = 0$$ او

عندذلك نفرض ان

$$Z = ax + by \quad \text{or} \quad Z = \alpha x + \beta y$$

$$dZ = a\,dx + b\,dy$$

$$dy = \frac{1}{b}(dZ - a\,dx)$$

وبذلك تتحول المعادلة (١) الى معادلة تنفصل متغيراتها بـ X و Z ثم نجد الحل العام.

حل المعادلة التفاضلية التالية.

$$(2x + y + 1)\,dx + (\underbrace{4x + 2y}_{2(2x+y)} + 5)\,dy = 0$$

$$2x + y + 1 = 0 \Rightarrow m_1 = \frac{-a}{b} = \frac{-2}{1} = -2$$

$$4x + 2y + 5 = 0 \Rightarrow m_2 = \frac{-\alpha}{\beta} = \frac{-4}{2} = -2$$

$\because m_1 = m_2 \Leftarrow$ المستقيمات متوازيات

نفرض ان

$$z = 2x + y$$

$$dz = 2dx + dy$$

$$\Rightarrow dy = dz - 2dx$$

بالتعويض في المعادلة الاصلية نحصل على

$$(z+1)\,dx + (2z+5)(dz - 2dx) = 0$$

$$(z+1)\,dx + (2z+5)\,dz - 2(2z+5)\,dx = 0$$

$$(z+1-4z-10)\,dx + (2z+5)\,dz = 0$$

$$(-3z-9)\,dx + (2z+5)\,dz = 0$$

$$dx + \frac{2z+5}{-3z-9}\,dz = 0$$

تقاطع
↓
تجانس
↓
فصل المتغيرات

توازي
↓
فصل المتغيرات

$$\int dx - \frac{1}{3}\int \frac{2z+5}{z+3}\,dz = 0$$

$$\begin{array}{r|l} & 2 \\ z+3 & 2z+5 \\ & \mp 2z \mp 6 \\ \hline & -1 \end{array}$$

$$\int dx - \frac{1}{3}\int \left(2 - \frac{1}{z+3}\right) dz = 0$$

$$x - \frac{2}{3}z + \frac{1}{3}\ln|z+3| = \ln c$$

$$x - \frac{2}{3}(2x+y) + \frac{1}{3}\ln|2x+y+3| = \ln c$$

الحل العام

حل المعادلة التفاضلية التالية :-

$$(2X-3y-1)dX+[6(2X-3y)-1]dy=0$$

$$2X-3y-1=0 \Rightarrow m_1=\frac{-2}{-3}=\frac{2}{3}$$

$$12X-18y-1=0 \Rightarrow m_2=\frac{-12}{-18}=\frac{2}{3}$$

$\because m_1=m_2 \Leftarrow$ المستقيمان متوازيان

$$Z=2X-3y \Rightarrow dZ=2dX-3dy$$

$$dy=\frac{1}{3}(2dX-dZ)$$

بالتعويض في المعادلة الاصلية نحصل على

$$(Z-1)dX+(6Z-1)\cdot\frac{1}{3}(2dX-dZ)=0$$

$$(Z-1)dX+\frac{2}{3}(6Z-1)dX-\frac{1}{3}(6Z-1)dZ=0 \quad *$$

$$3(Z-1)dX+2(6Z-1)dX-(6Z-1)dZ=0$$

$$(3Z-3+12Z-2)dX-(6Z-1)dZ=0$$

$$(15Z-5)dX-(6Z-1)dZ=0$$

$$dX-\frac{(6Z-1)}{15Z-5}dZ=0$$

$$\int dX-\frac{1}{5}\int\frac{(6Z-1)}{(3Z-1)}dZ=0$$

$$\int dx - \frac{1}{5}\int \left(2 + \frac{1}{3z-1}\right)dz = 0 \qquad 3z-1 \overline{)6z-1} \quad \frac{-6z \pm 2}{1} \quad 2$$

$$x - \frac{2}{5}z - \frac{1}{15}\ln|3z-1| = \ln c$$

$$x - \frac{2}{5}(2x-3y) - \frac{1}{15}\ln|3(2x-3y)-1| = \ln c$$

$$x - \frac{2}{5}(2x-3y) - \frac{1}{15}\ln|6x-9y-1| = \ln c$$

الحل العام

حل المعادلة التفاضلية التالية:

$$(2x+3y-1)dx = 4(x+1)dy$$

$$(2x+3y-1)dx - 4(x+1)dy = 0$$

$$2x+3y-1=0 \; ① \Rightarrow m_1 = \frac{-2}{3}$$

$$-4x-4=0 \; ② \Rightarrow m_2 = \frac{-4}{0}$$

$\because m_1 \neq m_2 \Rightarrow$ المستقيمان متقاطعان

من المعادلة ② نحصل على

$$-4x-4=0 \Rightarrow -4x=4 \Rightarrow x=-1$$

بالتعويض عن قيمة x في المعادلة ① نحصل على

$$-2+3y-1=0$$

$$3y-3=0 \Rightarrow 3y=3 \Rightarrow y=1$$

$$\therefore (h,k) = (-1,1)$$

$$x = x_1 + h \Rightarrow x = x_1 - 1$$
$$dx = dx_1$$

$$y = y_1 + k \Rightarrow y = y_1 + 1$$
$$dy = dy_1$$

بالتعويض في المعادلة الاصلية نحصل على

$$[2(x_1-1)+3(y_1+1)-1]dx_1 - 4(x_1-\cancel{1}+\cancel{1})dy_1 = 0$$

$$[2x_1-\cancel{2}+3y_1+\cancel{3}-\cancel{1}]dx_1 - 4x_1 dy_1 = 0$$

$$(2x_1+3y_1)dx_1 - 4x_1 dy_1 = 0$$

$\because$ M , N متجانستين ومن نفس الدرجة

$\therefore$ المعادلة التفاضلية متجانسة

$$\text{let } y_1 = vx_1 \Rightarrow dy_1 = v\,dx_1 + x_1\,dv$$

بالتعويض نحصل على

$$(2x_1+3vx_1)dx_1 - 4x_1(v\,dx_1 + x_1\,dv) = 0$$

$$(2x_1+3vx_1)dx - 4x_1 v\,dx_1 - 4x_1^2\,dv = 0$$

$$(2x_1+3vx_1-4x_1v)dx_1 - 4x_1^2\,dv = 0$$

$$(2x_1 - vx_1)dx_1 - 4x_1^2\,dv = 0$$

$$x_1(2-v)\,dx_1 - 4x_1^2\,dv = 0$$

$$\frac{dx_1}{x_1} - \frac{4dv}{2-v} = 0$$

$x = x_1 - 1 \Rightarrow x_1 = x+1$

$y = y_1 + 1 \Rightarrow y_1 = y-1$

$$\int \frac{dx_1}{x_1} - \int \frac{4dv}{2-v} = 0$$

$v = \frac{y_1}{x_1}$

$$\ln x_1 + 4\ln|2-v| = \ln c$$

$$\ln|x+1| + 4\ln\left|2 - \frac{y_1}{x_1}\right| = \ln c$$

$$\ln|x+1| + 4\ln\left|2 - \frac{y-1}{x+1}\right| = \ln c$$ الحل العام

٤- المعادلات التفاضلية التامة :-

لتكن $f(x,y)$ دالة في المتغيرين x و y يسمى التفاضل

$$df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy \quad — ①$$

بالتفاضل التام للدالة $f(x,y)$ واذا ساوى الطرف الايمن للمعادلة (1) بالصفر اي ان

$$\frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy = 0 \quad — ②$$

فإن المعادلة ② تسمى معادلة تفاضلية تامة وحلها العام هو

$F(x,y) = c$ الحل العام

حيث c هو ثابت اختياري