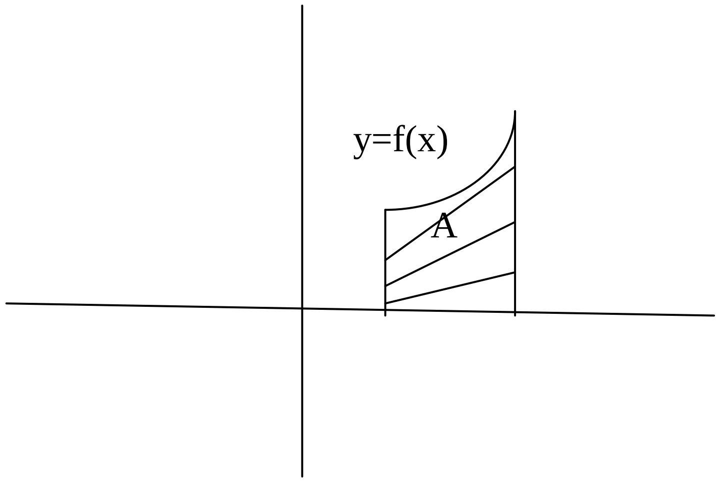
الفصل الخامس

التكامل العددي

(1-5) مقدمة

من التطبيقات الشائعة للطرق العددية هو استعمالها في حساب التكامل المحدد أو ما يعبر عن المسافة تحت المنحنيات:-



يتم اللجوء إلى التكامل العددي عندما تكون هنالك صعوبة وأحيانا استحالة في إيجاد قيمة التكامل للدالة بالطرق التحليليله المعتادة على سبيل المثل

$$I = \int_a^b f(x)dx$$

$$\int e^{x^2} dx, \int \sqrt{\sin(x)}dx, \int \frac{1}{2+\cos(x)}dx$$

أما أهم طرق التكامل في حالة استخدام الأسلوب العددي هي:-

- طريقة شبه المنحرف.
- طريقة ثلث سمبسون.
- طريقة ثلث –أثمان سمبسون.
- طريقة بول.
- طريقة ويدل.
- طريقة رومبرك.

(2-5) طريقة شبه المنحرف Trapezium-Method

لإيجاد القيمة التقريبية لتكامل الدالة f(x) من الفترة a ,b ثم نقوم بتجزأ الفترة ب (n) من الفترات الجزئية متساوية الأطوال طول كل منها (h) حيث إن:-

$$h = \frac{b-a}{n}$$

حيث ينتج (n) من الشرائح تحت المنحني كل شريحة تأخذ بشكل قريب من شبه المنحرف حيث يمكن حساب مساحتها وفقا لقاعدة شبه المنحرف.
حيث إن قانون حساب الشريحة الواحدة تحت المنحي للشبه المنحرف هو.

$$A_i = \frac{h}{2}(y_1 + y_{1+i})$$

ولحساب التكامل أي المساحة الكلية تحت منحني شبه المنحرف

$$I = \int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2}\left[y_1 + 2(y_2 + y_3 + y_4 + ... + y_n) + y_{n+1}\right]$$

أما خطا البتر الذي ينتج من طريقة شبه المنحرف.

$$E = \frac{-h^3}{12} f''(\theta).\theta$$
$$\xi(x_0, x_1)$$

خوارزمية طريقة شبه المنحرف

- إدخال قيمة كل من $a , b , f(x)$.
- إدخال قيمة (n) فكلما كانت قيمة (n) كبيرة كلما كانت قريبة للقيمة الحقيقية.
- حساب قيمة (h) ن خلال تطبيق

$$h = \frac{b-a}{n}$$

- حساب كل من

$$x_i = a + ih$$

- حساب

$$I = \int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2}\left[f(a) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(b) \right]$$

مثال:- حل التكامل الأتي عدديا إذا علمت إن قيمة $n=4$ بطريقة شبه المنحرف

$$I = \int_{a=0}^{b=4} e^x dx$$

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{4-0}{4} = 1$$
$$x_0 = a + 0h = 0 + 0\times 1 = 0 \to f(x_0 = 0) = e^0 = 1$$
$$x_1 = a + 1h = 0 + 1\times 1 = 1 \to f(x_1 = 1) = e^1 = 2.71828$$
$$x_2 = a + 2h = 0 + 2\times 1 = 2 \to f(x_2 = 2) = e^2 = 7.38906$$
$$x_3 = a + 3h = 0 + 3\times 1 = 3 \to f(x_3 = 3) = e^3 = 20.08554$$
$$x_4 = a + 4h = 0 + 4\times 1 = 4 \to f(x_4 = 4) = e^4 = 54.59815$$
$$I = \frac{h}{2}\left[f(a) + 2(f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) \right] + f(b)$$
$$I = \frac{1}{2}\left[1 + 2(2.71828 + 7.38906 + 20.08554)\right] + 54.59815 = 57.99187$$

(3-5) طريقة ثلث سمبسون 1/ 3 Simpson ’ s Method

في هذه القاعدة تقسم الفترة (a ,b) إلى عدد زوجي من الفترات الجزئية المتساوية وطول كل منها يساوي (h) حيث إن:-

$$h = \frac{b-a}{n}$$

ووفقا لهذه القاعدة يتم ربط ثلاثة نقاط من الدالة بمتعدد حدودية من الدرجة الثانية (قطع مكافئ) ومجموع المساحات تحت المنحني متعددة الحدودية تمثل المساحة التقريبية تحت المنحني. وان الصيغة العامة لهذه الطريقة تكون بالشكل الأتي:-

$$I = \int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left[y_0 + 4\sum_{odd} y_i + 2\sum_{even} y_i + y_b \right]$$

وان خطا البتر الذي ينتج من تطبيق قاعدة ثلث سمبسون هو

$$E_{\frac{1}{3}} = \frac{-h^5}{90} f^4(\theta).\theta$$
$$\xi(x_0, x_1)$$

ملاحظة:- إن (n) يجب أن تكون عددا زوجيا لأجل تطبيق سمبسون في الحالات التي يكون فيها (n) فرديا يمكن استخدام طريقة شبه المنحرف على الفترة $[x_0, x_1]$ ثم طريقة سمبسون على الفترات الباقية من المدى.

خوارزمية طريقة ثلث سمبسون

- إدخال قيمة كل من a , b , f(x).
- إدخال قيمة (n) يجب أن تكون قيمة (n) زوجية.
- حساب قيمة (h) ن خلال تطبيق

$$h = \frac{b-a}{n}$$

- حساب كل من

$$x_i = a + ih$$

- حساب

$$I_{\frac{1}{3}} = \int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left[y_0 + 4\sum_{odd} y_i + 2\sum_{even} y_i + y_b \right]$$

مثال:- حل التكامل الأتي عدديا إذا علمت إن قيمة n =6 بطريقة ثلث سمبسون

$$I = \int_{a=0}^{b=1} \frac{1}{1+x^2} dx$$
$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{1-0}{6} = \frac{1}{6}$$
$$x_0 = a + 0h = 0 + 0 \times \frac{1}{6} = 0 \rightarrow f(x_0 = 0) = \frac{1}{1+(0)^2} = 0$$
$$x_1 = a + 1h = 0 + 1 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \rightarrow f(x_1 = 1) = \frac{1}{1+(\frac{1}{6})^2} = 0.97302$$
$$x_2 = a + 2h = 0 + 2 \times \frac{1}{6} = \frac{2}{6} \rightarrow f(x_2 = 2) = \frac{1}{1+(\frac{2}{6})^2} = 0.9$$
$$x_3 = a + 3h = 0 + 3 \times \frac{1}{6} = \frac{3}{6} \rightarrow f(x_3 = 3) = \frac{1}{1+(\frac{3}{6})^2} = 0.8$$
$$x_4 = a + 4h = 0 + 4 \times \frac{1}{6} = \frac{4}{6} \rightarrow f(x_4 = 4) = \frac{1}{1+(\frac{4}{6})^2} = 0.69230$$
$$x_5 = a + 5h = 0 + 5 \times \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \rightarrow f(x_5 = 5) = \frac{1}{1+(\frac{5}{6})^2} = 0.5901639$$
$$x_6 = a + 6h = 0 + 6 \times \frac{1}{6} = \frac{6}{6} \rightarrow f(x_6 = \frac{6}{6}) = \frac{1}{1+(\frac{6}{6})^2} = 0.5$$

$$I_{\frac{1}{3}}=\int_a^b f(x)dx=\frac{h}{3}\left[y_0+4\sum_{odd}y_i+2\sum_{even}y_i+y_b\right]$$

$$I_{\frac{1}{3}}=\frac{\frac{1}{6}}{3}\left[f(a)+2\left[f(x_2)+f(x_4)\right]+4\left[f(x_1)+f(x_3)+f(x_5)\right]\right]+f(b)$$

$$f(a)=f(0)=\frac{1}{1+(0)^2}=1$$

$$f(b)=f(1)=\frac{1}{1+(1)^2}=0.5$$

$$I_{\frac{1}{3}}=\frac{1}{18}\left[1+2\left[0.9+0.69230\right]+4\left[0.97302+0.8+0.5901639\right]\right]+0.5=0.785407533$$

(4-5) طريقة ثلث أثمان سمبسون Simpson ' s Method 1/ 8

إذا كان عدد الشرائح فردية فمن المفضل استخدام قاعدة ثلث أثمان سمبسون حيث يتم هنا تقريب الدالة f(x) بمعادلة تكعيبية والمساحة المحتوية على ثلاثة شرائح يمكن أن تحسب بصورة مشابهة لقاعدة ثلث سمبسون وان الصيغة العامة لهذه الطريقة هو

$$I_{\frac{3}{8}}=\int_a^b f(x)dx=\frac{3h}{8}\left[y_0+3y_1+3y_2+y_3\right]$$

وان خطا البتر الذي ينتج من تطبيق قاعدة ثلث إثمان سمبسون هو

$$E_{\frac{3}{8}}=\frac{-3}{80}h^5 f^h(\theta)$$

$$\theta\xi(x_0,x_3)$$

مثال:- حل التكامل الأتي عدديا إذا علمت إن قيمة n =6 بطريقة ثلث أثمان سمبسون

$$I=\int_{a=0}^{b=1}x^4dx$$

$$h=\frac{b-a}{n}=\frac{1-0}{6}=\frac{1}{6}$$

$$x_0=a+0h=0+0\times\frac{1}{6}=0\rightarrow f(x_0=0)=(0)^4=0$$

$$x_1=a+1h=0+1\times\frac{1}{6}=\frac{1}{6}\rightarrow f(x_1=\frac{1}{6})=\left(\frac{1}{6}\right)^4=0.00077$$

$$x_2=a+2h=0+2\times\frac{1}{6}=\frac{2}{6}\rightarrow f(x_2=\frac{2}{6})=\left(\frac{2}{6}\right)^4=0.01234$$

$$x_3=a+3h=0+3\times\frac{1}{6}=\frac{3}{6}\rightarrow f(x_3=\frac{3}{6})=\left(\frac{3}{4}\right)^4=0.06251$$

$$x_4=a+4h=0+4\times\frac{1}{6}=\frac{4}{6}\rightarrow f(x_4=\frac{4}{6})=\left(\frac{4}{6}\right)^4=0.1975$$

$$x_5=a+5h=0+5\times\frac{1}{6}=\frac{5}{6}\rightarrow f(x_5=\frac{5}{6})=\left(\frac{5}{6}\right)^4=0.482253$$

$$x_6=a+6h=0+6\times\frac{1}{6}=\frac{6}{6}\rightarrow f(x_6=\frac{6}{6})=\left(\frac{6}{6}\right)^4=1$$

$$f(a) = f(a=0) = (0)^4 = 0$$
$$f(b) = f(b=1) = (1)^4 = 1$$
$$I = \frac{3(\frac{1}{6})}{8}\left[f(a) + 3\sum y_i + f(b)\right] = \frac{3}{(8)(6)}\left[0 + 3(0.755373) + 1\right] = 0.204132$$

Bool ' s Method طريقة بول (5-5)

إن صيغة بول تتضمن خمسا نقاط أي بمعنى n=4 ويجب ملاحظة إن الرقم 32 يأتي مع الإعداد الفردية والعدد 12 يأتي مع الزوجية والعدد 7 مع أخر وأول قيمة

$$I = \int_a^b f(x)dx = \frac{2h}{45}\left[7f_0 + 32f_1 + 12f_2 + 32f_3 + 7f_4\right]$$

وان خطا البتر الذي ينتج من تطبيق طريقة بول هو

$$E_{\frac{3}{8}} = \frac{-8}{945}h^7 f^6(\theta)$$
$$\theta\xi(x_0, x_4)$$

ملاحظة:- دائما قيمة n=4 في طريقة بول وإذا لم تعطى بالسؤال في دائما = 4 وفي حالات نادرة تكون قيمتها =6 أو أحيانا 8.

مثال:- حل التكامل الأتي عدديا إذا علمت إن قيمة n =4 بطريقة بول

$$I = \int_{a=1}^{b=2} xdx$$

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{2-1}{4} = 0.25$$
$$x_i = a + ih$$
$$x_0 = 1 + 0\times 0.25 = 1 \rightarrow f(x_0 = 1) = 1$$
$$x_1 = 1 + 1\times 0.25 = 1.25 \rightarrow f(x_1 = 1.25) = 1.25$$
$$x_2 = 1 + 2\times 0.25 = 1.5 \rightarrow f(x_2 = 1.5) = 1.5$$
$$x_3 = 1 + 3\times 0.25 = 1.75 \rightarrow f(x_3 = 1.75) = 1.75$$
$$x_4 = 1 + 4\times 0.25 = 2 \rightarrow f(x_4 = 2) = 2$$
$$I = \frac{2(0.25)}{45}\left[7(1) + 32(1.25) + 12(1.5) + 32(1.75) + 7(2)\right] = 1.5$$

Weddl' s Method طريقة ويدل (6-5)

دائما هذه الصيغة تأخذ سبع نقاط فقط ولها سمية ذات السبع نقاط حيث إن n=6 والصيغة العامة لها هي:-

$$I = \int_a^b f(x)dx = \frac{3h}{10}\left[f_0 + 5f_1 + f_2 + 6f_3 + f_4 + 5f_5 + f_6\right]$$

مثال:- حل التكامل الأتي عدديا إذا علمت إن قيمة n =6 بطريقة ويدل

$$I = \int_{a=0}^{b=6} 2x dx$$

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{6-0}{6} = 1$$

$$x_i = a + ih$$

$$x_0 = 0 + 0 \times 1 = 0 \rightarrow f(x_0 = 0) = 2(0) = 0$$

$$x_1 = 0 + 1 \times 1 = 1 \rightarrow f(x_1 = 1) = 2(1) = 2$$

$$x_2 = 0 + 2 \times 1 = 2 \rightarrow f(x_2 = 2) = 2(2) = 4$$

$$x_3 = 0 + 3 \times 1 = 3 \rightarrow f(x_3 = 3) = 2(3) = 6$$

$$x_4 = 0 + 4 \times 1 = 4 \rightarrow f(x_4 = 4) = 2(4) = 8$$

$$x_5 = 0 + 5 \times 1 = 5 \rightarrow f(x_5 = 5) = 2(5) = 10$$

$$x_6 = 0 + 6 \times 1 = 6 \rightarrow f(x_6 = 6) = 2(6) = 12$$

$$I = \frac{3h}{10}\left[f_0 + 5f_1 + f_2 + 6f_3 + f_4 + 5f_5 + f_6\right]$$

$$I = \frac{3(1)}{10}\left[0 + 5(2) + 4 + 6(6) + 8 + 5(10) + 12\right] = 36$$

(7-5) طريقة رومبرك Romberg Method

إن طريقة رومبرك هي عبارة عن تطبيق تعجيل ريتشاردسون على مسالة إيجاد قيمة أفضل للتكامل عندما تكون قيمة الدالة ومشتقاتها محدودة في الفترة[a ,b] فان قيمة التكامل المضبوطة I والقيمة التقريبية T(h) المحسوبة بطريقة شبه المنحرف وبطول فترة (h) فان قانون رومبرك هو

$$T_{m,k} = \frac{1}{4^m - 1}\left[4^m T_{m-1,k+1} - T_{m-1,k}\right]$$

$$k = 0,1,2,3,.....$$

$$m = 1,2,3,.....$$

	h^2	h^4	h^6	h^8
h/1	$T_{0,0}$			
h/2	$T_{0,1}$	$T_{1,0}$		
h/4	$T_{0,2}$	$T_{1,1}$	$T_{2,0}$	
h/8	$T_{0,3}$	$T_{1,2}$	$T_{2,1}$	$T_{3,0}$

ملاحظة:- حيث إن الأعمدة المتعاقبة تتقارب أسرع إلى الحل المضبوط كما إن أفضل قيمة للتكامل في الجدول هي القيمة الموجودة في أوطأ نقطة في أقصى اليمين من الجد\ول.

**** خوارزمية طريقة رومبرك****

نحسب أولا بطريقة شبه المنحرف أو طريقة ثلث سمبسون كل من $T_{0,0}, T_{0,1}, T_{0,2}, T_{0,3}$ ومن ثم حساب القيم الباقية من الجدول أعلاه بالاعتماد على القانون المستخدم بطريقة رومبرك.

مثال:- حل التكامل الأتي عدديا بطريقة رومبرك إذا علمت إن قيمة الدالة

$$I=\int_{a=0}^{b=1}\frac{1}{1+x}dx$$

الحل:-

سوف يتم استخدام طريقة شبه المنحرف للحساب كل من $T_{0,0}, T_{0,1}, T_{0,2}, T_{0,3}$

للحساب قيم العمود الأول من الجدول

وذلك عندما تكون قيمة $n=1$ نطبق قاعدة شبه المنحرف

$$h=\frac{b-a}{n}=\frac{1-0}{1}=1$$

$$x_0=a+0h=0+0\times1=0\rightarrow f(x_0=0)=\frac{1}{1+0}=1$$

$$x_{n=b=1}=a+1h=0+1\times1=1\rightarrow f(x_n=b)=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$$

$$T_{0,0}=\frac{h}{2}[f_0+f_1]=\frac{1}{2}\left[1+\frac{1}{2}\right]=0.75000$$

عندما تكون قيمة $n=2$ نطبق قاعدة شبه المنحرف

$$h=\frac{b-a}{n}=\frac{1-0}{2}=\frac{1}{2}$$

$$x_0=a+0h=0+0\times\frac{1}{2}=0\rightarrow f(x_0=0)=\frac{1}{1+0}=1$$

$$x_1=a+1h=0+1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\rightarrow f(x_1=\frac{1}{2})=\frac{1}{1+\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$$

$$x_{n=2}=a+2h=0+2\times\frac{1}{2}=1\rightarrow f(x_2=1)=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$$

$$T_{0,1}=\frac{h}{2}[f_0+2f_1+f_{n=2}]=\frac{1}{4}\left[1+\frac{4}{3}+\frac{1}{2}\right]=0.708333$$

عندما تكون قيمة $n=4$ نطبق قاعدة شبه المنحرف

$$h=\frac{b-a}{n}=\frac{1-0}{4}=\frac{1}{4}$$

$$x_0=a+0h=0+0\times\frac{1}{4}=0\rightarrow f(x_0=0)=\frac{1}{1+0}=1$$

$$x_1=a+1h=0+1\times\frac{1}{4}=\frac{1}{4}\rightarrow f(x_1=\frac{1}{4})=\frac{1}{1+\frac{1}{4}}=\frac{4}{5}$$

$$x_2=a+2h=0+2\times\frac{1}{4}=\frac{2}{4}\rightarrow f(x_2=\frac{2}{4})=\frac{1}{1+\frac{2}{4}}=\frac{2}{3}$$

$$x_3=a+3h=0+3\times\frac{1}{4}=\frac{3}{4}\rightarrow f(x_3=\frac{3}{4})=\frac{1}{1+\frac{3}{4}}=\frac{4}{7}$$

$$x_4=a+4h=0+4\times\frac{1}{4}=\frac{4}{4}\rightarrow f(x_4=\frac{4}{4})=\frac{1}{1+\frac{4}{4}}=\frac{1}{2}$$

$$T_{0,2}=\frac{h}{2}\left[f_0+2f_1+2f_2+2f_3+f_{n=4}\right]$$

$$T_{0,2}=\frac{1}{8}\left[1+\frac{8}{5}+\frac{4}{3}+\frac{8}{7}+\frac{1}{2}\right]=0.697024$$

عندما تكون قيمة n=8 نطبق قاعدة شبه المنحرف

$$h=\frac{b-a}{n}=\frac{1-0}{8}=\frac{1}{8}$$

$$x_0=a+0h=0+0\times\frac{1}{8}=0\rightarrow f(x_0=0)=\frac{1}{1+0}=1$$

$$x_1=a+1h=0+1\times\frac{1}{8}=\frac{1}{8}\rightarrow f(x_1=\frac{1}{8})=\frac{1}{1+\frac{1}{8}}=\frac{8}{9}$$

$$x_2=a+2h=0+2\times\frac{1}{8}=\frac{2}{8}\rightarrow f(x_2=\frac{2}{8})=\frac{1}{1+\frac{2}{8}}=\frac{4}{5}$$

$$x_3=a+3h=0+3\times\frac{1}{8}=\frac{3}{8}\rightarrow f(x_3=\frac{3}{8})=\frac{1}{1+\frac{3}{8}}=\frac{8}{11}$$

$$x_4=a+4h=0+4\times\frac{1}{8}=\frac{4}{8}\rightarrow f(x_4=\frac{4}{8})=\frac{1}{1+\frac{4}{8}}=\frac{2}{3}$$

$$x_5=a+5h=0+5\times\frac{1}{8}=\frac{5}{8}\rightarrow f(x_5=\frac{5}{8})=\frac{1}{1+\frac{5}{8}}=\frac{8}{13}$$

$$x_6=a+6h=0+6\times\frac{1}{8}=\frac{6}{8}\rightarrow f(x_6=\frac{6}{8})=\frac{1}{1+\frac{6}{8}}=\frac{8}{14}$$

$$x_7=a+7h=0+7\times\frac{1}{8}=\frac{7}{8}\rightarrow f(x_7=\frac{7}{8})=\frac{1}{1+\frac{7}{8}}=\frac{8}{15}$$

$$x_{n=8}=a+8h=0+8\times\frac{1}{8}=\frac{8}{8}\rightarrow f(x_8=\frac{8}{8})=\frac{1}{1+\frac{8}{8}}=\frac{1}{2}$$

$$T_{0,3}=\frac{h}{2}\left[f_0+2f_1+2f_2+2f_3+2f_4+2f_5+2f_6+2f_7+f_8\right]$$

$$T_{0,3}=\frac{1}{16}\left[1+\frac{16}{9}+\frac{8}{5}+\frac{16}{11}+\frac{4}{3}+\frac{16}{13}+\frac{16}{14}+\frac{16}{15}+\frac{1}{2}\right]=0.69412185$$

ومن اجل تطبيق قاعدة رومبرك نستخدم القانون الأتي:-

$$T_{m,k}=\frac{1}{4^m-1}\left[4^mT_{m-1,k+1}-T_{m-1,k}\right]$$

للحساب قيم العمود الثاني من الجدول

$$T_{1,0}=\frac{1}{4^1-1}\left[4^1T_{0,1}-T_{0,0}\right]$$

$$T_{1,0}=\frac{1}{3}\left[4\times0.70833-0.7500\right]=0.69444$$

$$T_{1,0} = \frac{1}{4^1 - 1}\left[4^1 T_{0,2} - T_{0,1}\right]$$

$$T_{1,0} = \frac{1}{3}\left[4 \times 0.647024 - 0.708333\right] = 0.693254$$

$$T_{1,2} = \frac{1}{4^1 - 1}\left[4^1 T_{0,3} - T_{0,2}\right]$$

$$T_{1,2} = \frac{1}{3}\left[4 \times 0.694121 - 0.697024\right] = 0.693155$$

للحساب قيم العمود الثالث من الجدول

$$T_{2,0} = \frac{1}{4^2 - 1}\left[4^2 T_{1,1} - T_{1,0}\right]$$

$$T_{2,0} = \frac{1}{15}\left[16 \times 0.693254 - 0.69444\right] = 0.693175$$

$$T_{2,1} = \frac{1}{4^2 - 1}\left[4^2 T_{1,2} - T_{1,1}\right]$$

$$T_{2,1} = \frac{1}{15}\left[16 \times 0.693155 - 0.693254\right] = 0.693148$$

للحساب قيم العمود الرابع من الجدول

$$T_{3,0} = \frac{1}{4^3 - 1}\left[4^3 T_{2,1} - T_{2,0}\right]$$

$$T_{3,0} = \frac{1}{63}\left[64 \times 0.693148 - 0.693175\right] = 0.693147$$

إذن فان جدول رومبرك يكون كالأتي:-

	h^2	h^4	h^6	h^8
h/1	0.75000			
h/2	0.708333	0.69444		
h/4	0.697024	0.693254	0.693175	
h/8	0.69412185	0.693155	0.693148	0.693147

**** الواجبات****

السؤال الأول:- حل التكامل الأتي عدديا إذا علمت إن قيمة $n = 5$ بطريقة شبه المنحرف

$$I = \int_{a=0}^{b=5} \sin(x)dx$$

السؤال الثاني:- حل التكامل الأتي عدديا إذا علمت إن قيمة $n = 8$ بطريقة ثلث سمبسون

$$I = \int_{a=0}^{b=4} e^{x}dx$$

السؤال الثالث:- حل التكامل الأتي عدديا إذا علمت إن قيمة $n = 4$ بطريقة بول

$$I = \int_{a=0}^{b=1} x^{2}dx$$

السؤال الرابع:- حل التكامل الأتي عدديا إذا علمت إن قيمة $n = 6$ بطريقة ويدل

$$I = \int_{a=0}^{b=1} \frac{1}{1+x^{2}}dx$$