الفصل الأول

الأعداد

The Numbers

(1-1) مقدمة

إن مجاميع الإعداد تشتمل:-

- الأعداد الطبيعية ويرمز لها بالرمز Natural Numbers (N)

N={0,1,2,3,4,…….}

- الأعداد الصحيحة ويرمز لها بالرمز Integer Numbers (Z)
- Z={,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,…….}
- الأعداد النسبية ويرمز لها بالرمز Rational Numbers (Q)

Q={a/b:- a ,b € Z , b≠0 }

- الأعداد الغير النسبية ويرمز لها بالرمز In rational Numbers (Q^-)

وهي عبارة عن مجموعة من الإعداد التي لا يمكن كتابتها على شكل a/b حيث أن b≠0 وتشمل كل من

$\sqrt{2} = 1.4142135624.....$

$\pi = 3.1415926535.....$

- الأعداد الحقيقية ويرمز لها بالرمز(R) Real Numbers

$R = Q \cup Q^-$

- الأعداد المركبة (المعقدة) ويرمز لها بالرمز(C) Numbers Complex

$C = \{a + bi : -a, b \in R, i = \sqrt{-1}\}$

أما العلاقة بين المجموعات العددية هي:-

$N \subset Z \subset Q \subset R$

(2-1) خواص الأعداد الحقيقية

1 الأعداد الحقيقية مغلقة بالنسبة لعمليتين الجمع والضرب

$a + b \in IR \forall a, b \in IR$

$a * b \in IR \forall a, b \in IR$

2 الخاصية التجميعية

$(a + b) + c = a + (b + c)$

$(a * b) * c = a * (b * c)$

3 العنصر المحايد لعملية الجمع هو (0)

b+0 = 0+b= b

العنصر المحايد لعملية الضرب هو (1)

b*1 = 1*b= b

4 النظير الجمعي للعدد هو سالب العدد

b+(-b) = (-b)+b= 0

النظير ألضربي للعدد هو معكوس العدد بشرط أن العدد لا يساوي صفر

$a(1/a) = (1/a)a = 1$

5 الخاصية الابدالية

$a + b = b + a$

$$a*b=b*a$$

$$(a+b)c=ac+bc$$
$$a(b+c)=ab+ac$$

(3-1) تحويل الإعداد العشرية إلى أعداد النسبية

يتم تحويل الأعداد العشرية إلى أعداد نسبية بصيغة كسرية بشرط أن المقام لا يساوي (0) وبما إن العدد النسبي هو كسر عشري منتهي آو دوري فهنالك حالتان:-

1 - إذا كان العدد النسبي هو كسر عشري منتهي مثل العدد (3.137) فان تحويله يكون(3.137/1000) أي نضيف رقم واحد بالمقام أمامه أصفار بقدر عدد المراتب العشرية ثم تحذف الفارزة ولتوضيح ذلك نأخذ المثال الأتي:-

مثال:- حول الأعداد الآتية بصيغة (a/b)

n1=40.78 n2=239.1

الحل:-

n1=4078/100 n2=2391/10

2- إذا كان العدد النسبي هو كسر عشري دوري يكون تحويله كما موضح بمثال الأتي:-

مثال:-

n=0.136136136136……

1000n=136.136136…… ثم نقوم بإجراء عملية الطرح بين الرقميين نحصل على الأتي:-

1000n-n=136
n(1000-1)=136
n=136/999

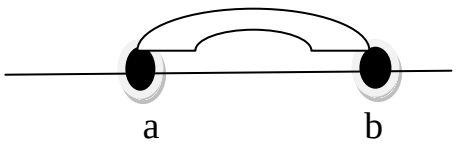
(4-1) الفترات

تقسم الفترات إلى ثلاثة أنواع :-

1 الفترة المغلقة Close Interval

هي مجموعة قيم (x) المحصورة بين أي عددين a ,b وتحتوي أيضا على نقاط النهاية a, b ويرمز لها بالرمز [a,b]

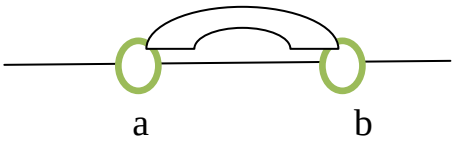
$$[a,b]=\{x:-\ a\leq x\leq b\}$$



2 الفترة المفتوحة Open Interval

هي مجموعة قيم (x) المحصورة بين أي عددين a ,b فقط ويرمز لها بالرمز (a, b)

$$(a,b)=\{x:-\ a< x< b\}$$



3 الفترة نصف المفتوحة
هي مجموعة قيم (x) المحصورة بين أي عددين a ,b وتحتوي على أما a أوb

$[a,b) = \{x: -a \le x < b\}$

$(a,b] = \{x: -a < x \le b\}$

(5-1) الفترات الغير منتهية

$1-[c,\infty) = \{x : x \ge c\}$
$2-(-\infty,c] = \{x : x \le c\}$
$3-(c,\infty) = \{x : x \succ c\}$
$4-(-\infty,c) = \{x : x \prec c\}$
$5-(-\infty,\infty) = \{x : -\infty \prec x \prec \infty\}$

(6-1) خواص الفترات

$1-a \prec b \Rightarrow a+c \prec b+c \forall N$
$2-a \prec b \Rightarrow ac \prec bc \forall +c$
$a \prec b \Rightarrow ac \succ bc \forall -c$
$3-a \prec b, b \prec c \Rightarrow a \prec c$

ملاحظة يجب أن تكون a, b تحمل نفس الإشارة
تستخدم هذه الخواص في إيجاد مجموعة الحل للأنواع المختلفة من المتتابعات

EX1:- Find the solve of the $2x+1<4-x$

Sol:-
$2x+1<4-x$
$2x+x<4-1$
$3x/3<3/3$
$x<1$
$\{x: x<1\}$

EX2:- Find the solve of the $3(1-x) \le 6$
sol
$3(1-x) \le 6$
$3-3x \le 6$
$-3x \le 6-3$
$-3/3x \le 3/3$
$-x \le 1$
نقوم بضربه -1
$x \ge -1$
$\{x: x \ge -1\}$

EX3:- Find the solve of the function $x^2-5x-24 \le 0$
Sol:-
$(x-8)(x+3) \le 0$
If $x-8 \le 0$
$x \le 8$

or $(x+3) \geq 0$
$x \geq -3$
$\{x: x \ -3 \leq x \leq 8 \}$

إذن مجموعة الحل هي [8 , 3-]

EX4:- Find the solve of the function $2x^2-2x > 4$
Sol :-

$2x^2-2x -4 > 0$
$x^2- x -2 > 0$
$(x-2)(x+1) > 0$

ندرس إشارة كل عامل لوحدة ونحدد بناء إشارة المقدار حيث إن $x=2$ ⟵ $(x-2)$ ----------+++++

2

إشارة المقدار حيث إن $x = -1$ ⟵ $(x+1)$ ----------+++++++

-1

حيث إن الإشارة $(x+1)(x-2)$
+++++++----------+++++++

-1 2

بما إن المطلوب مجموعة القيم (x) التي يكون عندها المقدار موجبا لذلك فان مجموعة الحل $(-\infty,-1)\cup(2,\infty)$

EX5:- Find the solve of the function $x+1/3-x < 0$
Sol :-

ندرس إشارة كل من البسط والمقام ثم نحدد إشارة المقدار
إشارة $(x+1)$ ----------++++++++

-1

إشارة $(3-x)$ ----------++++++++

3

إشارة $(x+1/3-x)$ +++++++----------+++++++

-1 3

بما إن المطلوب مجموعة القيم (x) التي يكون عندها المقدار سالبا لذلك فان مجموعة الحل $(-\infty,-1)\cup(3,\infty)$

EX6:- Find the solve of the function $x+2/x-1 > 1$

ملاحظة :- لا يمكن أن نضرب الطرفيين بالمقدار $(x-1)$ للتخلص من المقام لأننا لا نعلم قيمته هل موجبة أم سالبة.

$(x+2/x-1) -1 > 0$
$(x+2)-(x-1)/(x-1) > 0$
$x+2-x+1/x-1>0$
$3/x-1$

ندرس إشارة الرقم (3) ++++++++++++

3

ندرس إشارة الرقم (x-1) ----------+++++++++

1

بما إن المطلوب مجموعة القيم (x) التي يكون عندها المقدار موجبة لذلك فان مجموعة الحل $x \in (1, \infty)$

(1- 7) قوانين الأسس والجذور

1 عند الضرب تجمع الأسس $a^m * a^n = a^{m+n}$

2 عند القسمة تطرح الأسس $a^m/a^n = a^{m-n}$

3 عند الرفع تضرب الأسس $(a^m)^n = a^{m.n}$

4 عند الضرب توزع الأسس $(a\ .b)^n = a^m.b^m$

5 $(a/b)^n = a^n/b^n$

6 $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$

(1- 8) القيمة المطلقة وخواصها

القيمة المطلقة Absolute Value

$$|x| = \sqrt{x^2} = x, x \geq 0$$
$$= x, x \prec 0$$

خواص القيمة المطلقة

- $|x| \prec a \Rightarrow -a \prec x \prec +a$
- $|x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq +a$
- $|x| \succ a \Rightarrow x \succ a, x \prec -a$
- $|x| \geq a \Rightarrow x \geq a, x \leq -a$
- $|a.b| = |a|.|b|$
- $|a+b| = |a| + |b|$

- $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

- $|b-a| = |a| - |b|$

ملاحظة :- تقلب علامات المتباينة (≤ إلى ≥) و (< إلى >) في حالة الضرب أو القسمة على (-1)

Ex1:- Find the(x) of the function

$$|x^2 - 2| \leq 7$$

Sol:-

$|x^2 - 2| \leq 7$

$-7 \leq x^2 - 2 \leq 7$

$-7+2 \leq x^2 - 2 + 2 \leq 7 + 2$

$-5 \leq x^2 \leq 9$

$\sqrt{-5} \leq x^2 \sqrt{9}$

وبما إن الجذر ألتربيعي من الغير الممكن أن يحتوي على كمية سالبة لذلك سوف نهمل المقدار -5

$x^2 \leq 9$

$x^2 - 9 \leq 0$

$(x-3)(x+3) \leq 0$

$and\,(x-3) = 0$

$x = 3$

$or\,(x+3) = 0$

$x = -3$

ندرس إشارة الرقم (x-3) ----------++++++++++

3

ندرس إشارة الرقم (x+3) ----------++++++++++

-3

ندرس إشارة الرقم (x-3) (x+3) ++++++++++ ----------++++++++++

-3 3

بما إن المطلوب مجموعة القيم (x) التي يكون عندها المقدار سالبا او مساويا للصفر لذلك فان مجموعة الحل

$[-3,3]$

Ex2:- Find the(x) of the function

$$|x-1| \succ 1$$

Sol:-

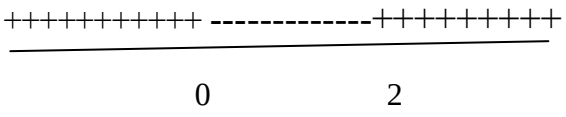
$|x-1| \succ 1$

$and\,(x-1) \prec -1$

$x \prec 0$

$or\,(x-1) \succ 1$

$x \succ 2$



إذن مجموعة الحل هي $(-\infty,0)\cup(2,\infty)$

الواجبات

سؤال الأول :- حول الأعداد الآتية بصيغة (a/b)

n1=0.77777……. n2=0.1313131313

السؤال الثاني:- Find the solve of the functions

$$\frac{1}{x+1} \geq \frac{3}{x-2} \Rightarrow x \in [-\infty,-2.5]\cup(-1,2)$$

$$\frac{2}{x-2} \succ \frac{1}{x+2} \Rightarrow x \in (-6,-2)\cup(2,\infty)$$

$$\frac{1}{x} \prec x \Rightarrow x \in (-1,0)\cup(1,\infty)$$

$$|x^2-4| \prec 5 \Rightarrow x \in (-3,3)$$

$$|2x-3| \succ 5 \Rightarrow x \in (-\infty,-4)\cup(1,\infty)$$

$$|x^2-3| \succ 2x \Rightarrow x \in (-\infty,-1)\cup(3,\infty)$$

$$|x^2-9| \succ 2 \Rightarrow x \in \left(-\infty,-\sqrt{11}\right)\cup\left(-\sqrt{7},\sqrt{7}\right)\cup\left(\sqrt{11},\infty\right)$$