هندسة الفراكتال Fractal Geometry

أشكال هندسية تنتج من تقسيم الشكل الأساسي الي أجزاء صغيرة وكل جزء هو صورة مصغرة من الشكل الأساسي. اويمكن تعريفها انها اشكال هندسية تنتج من تطبيق نمط هندسي معين علي احد الأشكال الهندسية عدة مرات وتتميز هندسة الفراكتال بخصائص اساسية تعطي لها ذلك التركيب الفريد من بين فروع الهندسة الأخرى، ومنها:

(1) التشابه الذاتي Self-Similarity

(2) البعد الفراكتالي Fractal Dimension

(3) قاعدة الأحلال Replacement Rule

(1)التشابه الذاتيSelf-Similarity:

التشابه بين الأجزاء المكونة للشكل ، اي ان الجزأ من الكل يشبه تماما ذلك الكل ،فاذا اخذنا جزءا متكاملا من الأجزاء المكونة للشكل الفراكتلي ، ثم قمنا بتكبيره عدة مرات فاننا في النهاية سوف نحصل علي الشكل الأصلي

(2) البعد الفراكتلي Fractal Dimension:

اذا علمنا انه في الهندسة التقليدية فان النقطة ترسم في البعد الصفري، أي ليس لها بعد ، وان الخطوط المستقيمة لها بعد واحد ، بينما ترسم المربعات و الأشكال الهندسية المستوية الأخرى في بعدين ، وكذلك نعرف ان المكعب والأسطوانة والكره ترسم في ثلاثة ابعاد ، فما هو البعد الفراكتلي؟..ان الأبعاد السابقه في الهندسة الأقليدية لا تعتبر مناسبة مع تركيب الشكل الفراكتلي ، فمنحنى كوش Koch مثلا له ابعاد ≈ 1.26 أي بين 1 و 2 وهذا يعكس حقيقة ان مجموعة النقط كثيفة ليمكن عدها لمنحنى وكذلك رفيعة جدا لنحسبها كمساحة

(3) قاعدة الأحلال Replacement Rule :

عندما ننشيء فراكتال محدد فانه من خلال خطواتتنا لانشاء فراكتال آخر ، فان احد الأشياء المرسومة يمكن ان تحل مكان الآخر والتي تكون اكثر تركيبا من سابقتها ولكنها تملأ نفس المكان الأصلي. (McGuire,1991,15). وترتبط هندسة الفراكتال بهندسة التكراراتIteration Geometry ،حيث يكرر الشكل الهندسي وفقا لقاعدة رياضية محددة فيكون الشكل المكرر هو صورة من الشكل الأصلي

الأمثلة التالية توضح أشهر الأشكال لهندسة الفراكتال

1- مثلث سيربنسكي Sierpinski :

قدم الرياضي البولندي Sierpinski في عام 1916 ما يعرف بمثلث او شراع Gaskit سيربنسكي وهو يتكون وفقا للخطوات التالية:

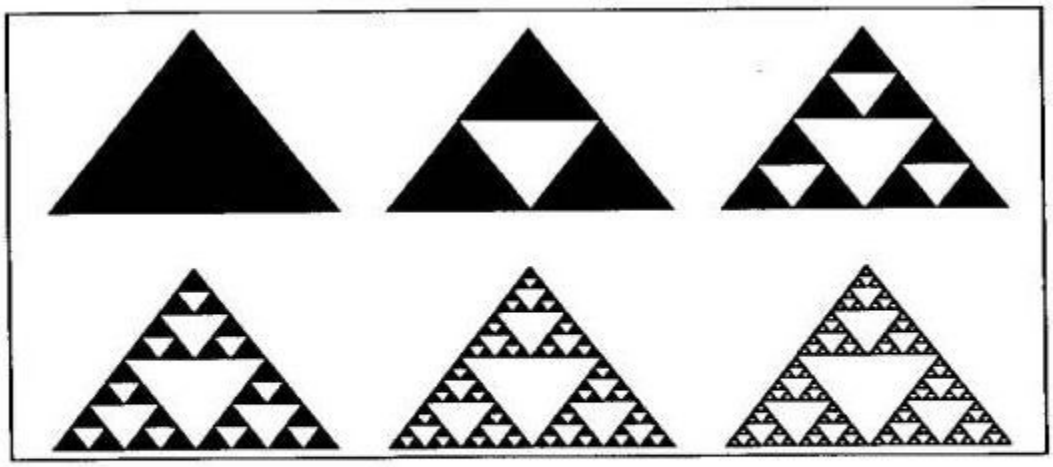
1 - ارسم مثلث متساو الأضلاع

2 - صل نقاط منتصفات الأضلاع الثلاثة ، ثم ظلل المثلث في المنتصف.

3 - كرر iterate ما سبق على المثلثات الثلاثة الأخرى مع تظليل المثلثات في المنتصف دوما.

4 - بعد التكرار الثاني سوف نحصل علي تسعة مثلثات غير مظللة.

5 - كرر للمرة الثالثة بتوصيل منتصفات اضلاع المثلثات التسعة غير المظللة.



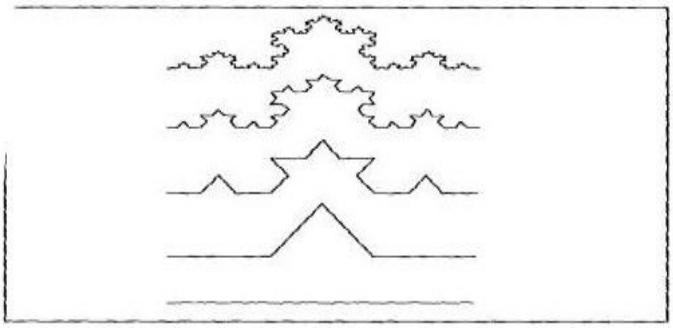
شكل (1)

إنشاء مثلث سيربنسكي

(2) منحنى كوش The Koch curve

قدم الرياضي السويدي كوش Koch عام 1904 ما عرف باسمه منحنى كوش ، وهو من خلال التعريف يعتبر منحنى ولكن ذلك لن يكون واضحا من النظر الي تركيبه ، ايضا فان هذا المنحنى لايحتوي على خطوط مستقيمة أو قطع مستقيمة بحيث نستطيع ر}يتها ، ولكن منحنى يشتمل على العديد من التراكيب المعقدة التي يمكننا ملاحظتها في اشكال طبيعية مثل صور لسواحل الشواطيء وغيرها.

ولكي ننشيء منحنى كوش هندسيا فباتباع الخطوات التالية يمكننا رسمه :



(1) ابدأ برسم خط مستقيم (ويسمي المولد)

(2) قسمه الى ثلاثة اجزاء متساوية.

(3) قص الجزء في المنتصف وضع محلها مثلث متساو الأضلاع ثُم اترك قاعدته فارغة.

(4) استخدم المكون السابق كأساس للمراحل التالية في الأنشاء.

(5) كرر ما سبق بأي عدد من التكرارات.

Determine Dimensions of Fractal Geometry حساب الابعاد لهندسة الفراكتال

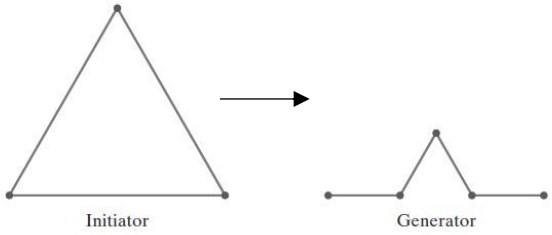
يمكن حساب ابعاد الفراكتال من خلال معرفة عدد المقاطع Line Segments (n) وكذلك كمية التحجيم Scale Factor (s)

حيث تتيح المعادلة الرياضية حساب الابعاد عن طريق القانون:

$$D = \frac{\ln(n)}{\ln(\frac{1}{s})}$$

مثال:

اذا علمت ان كمية التحجيم Scale factor (s) هي 1/3 للشكل التالي:



فأن الحجم او الابعاد ستكون المعادلة: $D = \frac{\ln(4)}{\ln\frac{1}{\frac{1}{3}}}$

باعتبار ان عدد المقاطع Line Segment (n) ازدادت بمقدار 4

لذا فأن D=1.262

مثال 2:

Figure (1)

Scale factor =1

Figure (1). D=1

Figure (2)

Scale factor (s) =1/3

Figure(2). $D = \frac{\ln 4}{\ln\frac{1}{\frac{1}{3}}} = 1.262$

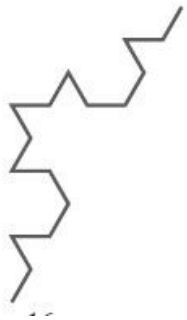


Figure (3)

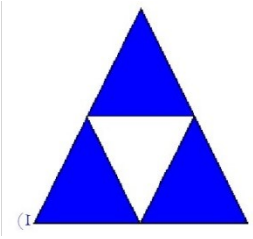
Scale factor (s) =1/9

Figure(3). $D = \frac{\ln 16}{\ln\frac{1}{\frac{1}{9}}} = 1.262$

مثال 2:- للشكل التالي- اوجد ابعاد الفراكتال:

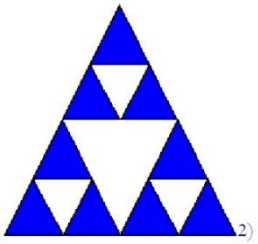
Scale factor=1/2

Segment=3



$$D = \frac{\ln 3}{\ln \frac{1}{\frac{1}{2}}} = 1.58$$

مثال4: للشكل التالي – احسب ابعاد الشكل الهندسي للفراكتال:

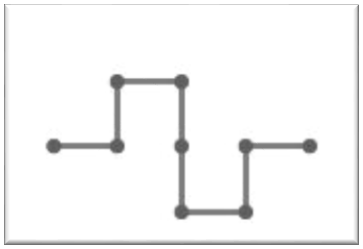


Scale factor =1/4

Segment = 9

$$D = \frac{\ln 9}{\ln \frac{1}{\frac{1}{4}}} = 1.58$$

مثال: للشكل التالي – احسب ابعاد الشكل الهندسي للفراكتال:



Scale factor =1/6

Segment=8

$$D = \frac{\ln 8}{\ln \frac{1}{\frac{1}{6}}} = 1.50$$

يمكن تلخيص قانون الابعاد على انه:

$$\boldsymbol{D} = \frac{\text{عددالنسخ}}{\text{معامل_التحجيم}}$$